

காலம் - 3 மணிகள்

மொத்த மதிப்பெண்கள்: 75

குறிப்பு (1) பகுதி-அ மற்றும் பகுதி-ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி-இ-ல் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி-அ-ல் 2(இரண்டு)

மதிப்பெண்கள், பகுதி-ஆ-ல் 3(மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி-இ-ல் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5(ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.

பகுதி - அ

1. ஒரு ஈருறுப்பு பரவலில் $n = 10$, $p = \frac{1}{2}$ எனில் சராசரி

மற்றும் பரவற்படியைக் காண்க .

2. $y = ax + b$ என்ற நேர்கோட்டைப் பொருத்துவதற்கு

இயல்நிலை சமன்பாடுகளை எழுதுக.

3. $y = x^2 - 5x + 2$ என்ற வளைவரைக்கு $(1, 1)$ என்ற

புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

4. $y = 4x - 2x^2$ என்ற சமன்பாட்டின் பெரும் மதிப்பு காண்க.

5. தீர்க்க: $x dx + y dy = 0$

6. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x$ -ன் தொகையீட்டுக் காரணியைக் காண்க.

7. $(D^2 - 3D + 2)y = e^{-3x}$ -ன் சிறப்பு தொகை காண்க.

8. $(D^2 + 5D + 6)y = 2 \cos 3x$ -ன் நிரப்புச் சார்பைக் காண்க.

பகுதி - ஆ

9. ஒரு தொடர் சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச்

சார்பானது, $f(x) = \begin{cases} K(1 - x^2), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$

எனில் K -ன் மதிப்பைக் காண்க.

10. ஒரு பாய்ஸான் பரவலில் $P(X = 1) = P(X = 2)$ எனில் $P(X = 0)$ காண்க. [$e^{-2} = 0.1353$]
11. நகரும் துகளின் தூரகால வாய்ப்பாடு $s = ae^t + be^{-t}$ எனில் முடுக்கம் என்பது எப்பொழுதும் துகள் கடந்து வந்த தொலைவிற்கு சமம் எனக் காட்டுக.
12. $y^2 = 4ax$ என்ற வளைவரைக்கு $(at^2, 2at)$ என்ற புள்ளியில் செங்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.
13. $xy = 1$ (அல்லது) $y = \frac{1}{x}$ என்ற வளைவரை x -அச்சு, $x = 1$ மற்றும் $x = 2$ ஆகிய கோடுகளால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பினைக் காண்க.
14. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} + \frac{1+x^2}{1+y^2} = 0$
15. தீர்க்க: $(D^2 - 5D + 6)y = 0$
16. $(D^2 + 25)y = \sin 9x$ -ன் சிறப்பு தொகை காண்க.

பகுதி - இ

- 17.(அ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி 'X' கீழ்க்கண்டவாறு நிகழ்தகவு பரவல் கொண்டுள்ளது

X	0	1	2	3
P(X = x)	2a	3a	4a	5a

எனில் (i) a (ii) $P(X = 2)$ (iii) $P(X < 2)$ காண்க.

- (ஆ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு பரவல் கீழ்க்கண்டவாறு உள்ளதெனில்,

X	-1	0	1	2
P(X = x)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

$E(2X + 3)^2$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

- (இ) பத்து நாணயங்கள் ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்பட்டால் (i) சரியாக 7 தலைகள் (ii) குறைந்தபட்சம் 7 தலைகள் விழுவதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

18.(அ) ஒரு தொழிற்சாலையில் உற்பத்தி செய்யும் பல்புகளில் 3% குறைபாடு உள்ளவை, மாதிரியாக 100 பல்புகளில் சரியாக 5 பல்புகள் குறைபாட்டிற்கான நிகழ்தகவு காண்க. ($e^{-3} = 0.0498$)

(ஆ) இயல் நிலை பரவலின் சராசரி 6 மற்றும்

திட்டவிலக்கம் 5 எனில் (i) $P(X > 11)$

(ii) $P(-4 < X < 16)$ யைக் காண்க.

$$\{ P(0 < z < 2) = 0.4772, \quad P(0 < z < 1) = 0.3413 \}$$

(இ) கீழ்க்கண்ட விபரங்களுக்கு $y = ax + b$ என்ற நேர்க்கோட்டைப் பொருத்துக.

x	0	1	2	3	4
y	1	1	3	4	6

19.(அ) ஒரு துகள் இடம் பெயர்ந்த தொலைவு 's' ஆனது

$s = 2t^3 + 3t^2 - 72t + 1$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளதெனில், திசைவேகம் பூஜ்ஜியமாக இருக்கும்போது அதனுடைய முடுக்கத்தைக் காண்க

(ஆ) $y = 5 - 2x - 3x^2$ என்ற வளைவரைக்கு $(2, -11)$ ல்

தொடுகோடு மற்றும் செங்கோடுகளின் சமன்பாடுகள் காண்க.

(இ) $(x-1)^2(x-2)$ -ன் பெருமம் மற்றும் குறுமம் காண்க.

20.(அ) 'h' உயரம் மற்றும் ஆரம் 'r' கொண்ட ஒரு நேர் வட்டக்

கூம்பின் கன அளவை தொகையிடல் மூலம் காண்க.

(ஆ) தீர்க்க: $(1 + e^x) \sec^2 y \, dy - e^x \tan y \, dx = 0$

(இ) தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} - \frac{2x}{1+x^2} y = 1 + x^2$

21.(அ) தீர்க்க: $(D^2 - 4D + 13)y = 0$

(ஆ) தீர்க்க: $(D^2 + 6D + 9)y = 6e^{3x}$

(இ) தீர்க்க: $(D^2 - 4D + 3)y = 2 \sin 3x$


விடைகள்
பகுதி - அ

1. ஒரு ஈருறுப்பு பரவலில் $n = 10$, $p = \frac{1}{2}$ எனில் சராசரி மற்றும் பரவற்படியைக் காண்க .

விடை : *October 2016* -ல் ,பக்கம் எண்:25 -ல், கணக்கு 3 -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது.

2. $y = ax + b$ என்ற நேர்கோட்டைப் பொருத்துவதற்கு இயல்நிலை சமன்பாடுகளை எழுதுக.

விடை : *April 2017*-ல் ,பக்கம் எண்:47 -ல், கணக்கு 12 -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது.

3. $y = x^2 - 5x + 2$ என்ற வளைவரைக்கு $(1, 1)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

விடை

$$y = x^2 - 5x + 2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 5$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(1,1)} = 2(1) - 5 = -3$$

தொடுகோட்டின் சாய்வு, $m = -3$

4. $y = 4x - 2x^2$ என்ற சமன்பாட்டின் பெரும் மதிப்பு காண்க.

விடை

$$y = 4x - 2x^2$$

$$y_1 = 4 - 2(2x)$$

$$y_1 = 4 - 4x$$

$$y_2 = -4$$

$$y_1 = 0 \text{ எனில் } \Rightarrow 4 - 4x = 0$$

$$4 = 4x$$

$$x = 1$$

$$\text{இப்பொழுது } (y_2)_{x=1} = -4 < 0$$

$x = 1$ எனும் போது y சார்பானது பெருமமானது

$$\text{பெரும் மதிப்பு, } y = 4(1) - 2(1)^2 = 2$$

5. தீர்க்க: $xdx + ydy = 0$

விடை : April 2016-ல் ,பக்கம் எண்:7 -ல், கணக்கு 13 -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது .

6. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x$ - ன் தொகையீட்டுக் காரணியைக் காண்க.

விடை : April 2016-ல் ,பக்கம் எண்:8 -ல், கணக்கு 14 -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது

7. $(D^2 - 3D + 2)y = e^{-3x}$ - ன் சிறப்பு தொகை காண்க.

விடை

$$(D^2 - 3D + 2)y = e^{-3x}$$

$$P.I. = \frac{e^{-3x}}{D^2 - 3D + 2}$$

$D = -3$ என பிரதியிடுக,

$$P.I. = \frac{e^{-3x}}{(-3)^2 - 3(-3) + 2}$$

$$P.I. = \frac{e^{-3x}}{9 + 9 + 2}$$

$$\therefore, P.I. = \frac{e^{-3x}}{20}$$

8. $(D^2 + 5D + 6)y = 2\cos 3x$ -ன் நிரப்புச் சார்பைக் காண்க.

விடை

$$(D^2 + 5D + 6)y = 2\cos 3x$$

$$\text{துணைச் சமன்பாடு } m^2 + 5m + 6 = 0$$

$$(m + 2)(m + 3) = 0$$

$$(m + 2) = 0 \quad | \quad (m + 3) = 0$$

$$m = -2 \quad | \quad m = -3$$

$$\therefore \text{நிரப்புச் சார்பு } (C.F) = Ae^{-2x} + Be^{-3x}$$

பகுதி - ஆ

9. ஒரு தொடர் சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச்

$$\text{சார்பானது, } f(x) = \begin{cases} K(1 - x^2), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$

எனில் K -ன் மதிப்பைக் காண்க.

விடை

$f(x)$ நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு எனில்

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$\int_0^1 K(1 - x^2) dx = 1$$

$$K \int_0^1 (1 - x^2) dx = 1$$

$$K \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = 1$$

$$K \left[\left(1 - \frac{1^3}{3}\right) - 0 \right] = 1$$

$$K \left[1 - \frac{1}{3} \right] = 1$$

$$K \left[\frac{3-1}{3} \right] = 1$$

$$K \left[\frac{2}{3} \right] = 1$$

$$\Rightarrow K = \frac{3}{2}$$

10. ஒரு பாய்ஸான் பரவலில் $P(X = 1) = P(X = 2)$ எனில் $P(X = 0)$ காண்க. [$e^{-2} = 0.1353$]

விடை

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

$$P(X = 1) = P(X = 2)$$

$$\frac{e^{-\lambda} \lambda^1}{1!} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^2}{2!}$$

$$\lambda = \frac{\lambda^2}{2}$$

$$2\lambda = \lambda^2$$

$$\lambda = 2$$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-2}(2)^0}{0!} = e^{-2} = 0.1353$$

11. நகரும் துகளின் தூரகால வாய்ப்பாடு $s = ae^t + be^{-t}$ எனில் முடுக்கம் என்பது எப்பொழுதும் துகள் கடந்து வந்த தொலைவிற்கு சமம் எனக் காட்டுக .

விடை : April 2016-ல் ,பக்கம் எண்:6 -ல், கணக்கு
11 -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது

12. $y^2 = 4ax$ என்ற வளைவரைக்கு $(at^2, 2at)$ என்ற புள்ளியில் செங்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

விடை

$$y^2 = 4ax$$

$$2y \frac{dy}{dx} = 4a(1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4a}{2y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2a}{y}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(at^2, 2at)} = \frac{2a}{2at} = \frac{1}{t}$$

தொடு கோட்டின் சாய்வு, $m = \frac{1}{t}$

செங்கோட்டின் சாய்வு, $\frac{-1}{m} = \frac{-1}{\frac{1}{t}} = -t$

13. $xy = 1$ (அல்லது) $y = \frac{1}{x}$ என்ற வளைவரை x -அச்சு, $x = 1$ மற்றும் $x = 2$ ஆகிய கோடுகளால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பினைக் காண்க.

விடை

$$\text{பரப்பு} = \int_a^b y \, dx$$

இங்கு, $xy = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x}$ மற்றும் $a = 1$, $b = 2$

$$A = \int_1^2 \frac{1}{x} \, dx$$

$$= [\log x]_1^2$$

$$= \log 2 - \log 1 = \log 2 \text{ சதுர அலகுகள்}$$

14. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} + \frac{1+x^2}{1+y^2} = 0$

விடை

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1+x^2}{1+y^2} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1+x^2}{1+y^2}$$

$$(1+y^2)dy = -(1+x^2)dx$$

$$\int (1+y^2) dy = -\int (1+x^2) dx$$

$$y + \frac{y^3}{3} = -\left(x + \frac{x^3}{3}\right) + C$$

$$x + y + \frac{x^3}{3} + \frac{y^3}{3} = C$$

15. தீர்க்க: $(D^2 - 5D + 6)y = 0$

விடை : April 2016-ல் ,பக்கம் எண்:8 -ல், கணக்கு
15 -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது

16. $(D^2 + 25)y = \sin 9x$ -ன் சிறப்பு தொகை காண்க.

விடை

$$(D^2 + 25)y = \sin 9x$$

$$\text{சிறப்புத் தொகை} = \frac{\sin ax}{f(D)} = \frac{\sin 9x}{D^2+25}$$

$$D^2 = -[9]^2 = -81 \text{ என பிரதியிடுக,}$$

$$= \frac{\sin 9x}{-81 + 25} = \frac{\sin 9x}{-56}$$

பகுதி - இ

17.(அ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி 'X' கீழ்க்கண்டவாறு நிகழ்தகவு பரவல் கொண்டுள்ளது

X	0	1	2	3
P(X = x)	2a	3a	4a	5a

எனில் (i) a (ii) P(X = 2) (iii) P(X < 2) காண்க.

விடை

(i) $\sum P_i = 1$

$$2a + 3a + 4a + 5a = 1$$

$$14a = 1$$

$$a = \frac{1}{14}$$

(ii) $P(X = 2) = 4a = 4 \left(\frac{1}{14} \right) = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$

(iii) $P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$
 $= 2a + 3a$
 $= 5a = 5 \left(\frac{1}{14} \right) = \frac{5}{14}$

17 (ஆ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு பரவல் கீழ்க்கண்டவாறு உள்ளதெனில்,

X	-1	0	1	2
$P(X = x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

 $E(2X + 3)^2$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

விடை

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

$$= \left(-1 \times \frac{1}{3} \right) + \left(0 \times \frac{1}{6} \right) + \left(1 \times \frac{1}{6} \right) + \left(2 \times \frac{1}{3} \right)$$

$$= -\frac{1}{3} + 0 + \frac{1}{6} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{-2 + 1 + 4}{6}$$

$$= \frac{3}{6} \Rightarrow E(X) = \frac{1}{2}$$

$$E(X^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 P_i$$

$$\begin{aligned} E(X^2) &= x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 + \dots + x_n^2 p_n \\ &= \left(-1^2 \times \frac{1}{3}\right) + \left(0^2 \times \frac{1}{6}\right) + \left(1^2 \times \frac{1}{6}\right) + \left(2^2 \times \frac{1}{3}\right) \\ &= \left(1 \times \frac{1}{3}\right) + \left(0 \times \frac{1}{6}\right) + \left(1 \times \frac{1}{6}\right) + \left(4 \times \frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{1}{3} + 0 + \frac{1}{6} + \frac{4}{3} \\ &= \frac{2 + 1 + 8}{6} \end{aligned}$$

$$E(X^2) = \frac{11}{6}$$

$$\begin{aligned} E(2X + 3)^2 &= E(4X^2 + 12X + 9) \\ &= E(4X^2) + E(12X) + E(9) \\ &= 4E(X^2) + 12E(X) + 9 \\ &= 4\left(\frac{11}{6}\right) + 12\left(\frac{1}{2}\right) + 9 \\ &= \frac{22}{3} + 6 + 9 \\ &= \frac{22}{3} + 15 \\ &= \frac{22 + 45}{3} \\ &= \frac{67}{3} \end{aligned}$$

17(இ) பத்து நாணயங்கள் ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்பட்டால்

- (i) சரியாக 7 தலைகள் (ii) குறைந்தபட்சம் 7 தலைகள்
விழுவதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

விடை

ஒரு நாணயத்தை சுண்டும் பொழுது,

தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $p = \frac{1}{2}$ பூ கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு $q = \frac{1}{2}$ பத்து நாணயங்கள் சுண்டப்படுகிறது, $n = 10$ எருறுப்பு பரவல் என்பது $P(X = x) = nc_x p^x q^{n-x}$

$$P(X = x) = 10c_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{10-x}$$

$$P(X = x) = 10c_x \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

(i) சரியாக 7 தலைகள்

$$\begin{aligned} P(X = 7) &= 10c_7 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \\ &= 120 \frac{1}{1024} = \frac{15}{128} \end{aligned}$$

(ii) குறைந்தபட்சம் 7 தலைகள்

$$P(X \geq 7) = P(X = 7) + P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10)$$

$$\begin{aligned} &= 10c_7 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 10c_8 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + 10c_9 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \\ &\quad + 10c_{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{10} [10c_7 + 10c_8 + 10c_9 + 10c_{10}]$$

$$= \frac{1}{1024} [120 + 45 + 10 + 1]$$

$$= \frac{176}{1024}$$

$$P(X \geq 7) = \frac{11}{64}$$

18.(அ) ஒரு தொழிற்சாலையில் உற்பத்தி செய்யும் பல்புகளில்

3% குறைபாடு உள்ளவை, மாதிரியாக 100

பல்புகளில் சரியாக 5 பல்புகள்

குறைபாட்டிற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

 $(e^{-3} = 0.0498)$

விடை : April 2016-ல் ,பக்கம் எண்:11 -ல், கணக்கு
18(a) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது

18. (ஆ) இயல் நிலை பரவலின் சராசரி 6 மற்றும்

திட்டவிலக்கம் 5 எனில் (i) $P(X > 11)$

(ii) $P(-4 < X < 16)$ யைக் காண்க.

$\{P(0 < z < 2) = 0.4772, P(0 < z < 1) = 0.3413\}$

விடை : April 2017-ல் ,பக்கம் எண்:51 -ல், கணக்கு
18(b) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது

18(இ) கீழ்க்கண்ட விபரங்களுக்கு $y = ax + b$ என்ற
நேர்க்கோட்டைப் பொருத்துக.

x	0	1	2	3	4
y	1	1	3	4	6

விடை : October 2016-ல் ,பக்கம் எண்:35 -ல், கணக்கு
18(c) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது

19.(அ) ஒரு துகள் இடம் பெயர்ந்த தொலைவு 's' ஆனது

$s = 2t^3 + 3t^2 - 72t + 1$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளதெனில்,
திசைவேகம் பூஜ்ஜியமாக இருக்கும்போது அதனுடைய
முடுக்கத்தைக் காண்க

விடை : October 2017-ல் ,பக்கம் எண்:70 -ல், கணக்கு
19(a) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது

19.(ஆ) $y = 5 - 2x - 3x^2$ என்ற வளைவரைக்கு $(2, -11)$ ல்
தொடுகோடு மற்றும் செங்கோடுகளின்
சமன்பாடுகள் காண்க.

விடை

$$y = 5 - 2x - 3x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = -2 - 6x$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(2,-11)} = -2 - 6(2) = -14$$

$$\therefore \text{தொடுகோட்டின் சாய்வು, } m = -14$$

$$\therefore \text{தொடுகோட்டின் சமன்பாடு } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\text{இங்கு, } m = -14, x_1 = 2, y_1 = -11$$

$$y - (-11) = -14(x - 2)$$

$$y + 11 = -14x + 28$$

$$y + 11 + 14x - 28 = 0$$

$$14x + y - 17 = 0$$

$$\text{செங்கோட்டின் சமன்பாடு } y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$$

$$\text{இங்கு, } m = -14, x_1 = 2, y_1 = -11$$

$$y - (-11) = \frac{-1}{-14}(x - 2)$$

$$y + 11 = \frac{1}{14}(x - 2)$$

$$14(y + 11) = 1(x - 2)$$

$$14y + 154 = x - 2$$

$$x - 2 - 14y - 154 = 0$$

$$x - 14y - 156 = 0$$

19.(இ) $(x-1)^2(x-2)$ -ன் பெருமம் மற்றும் குறுமம்

காண்க.

விடை

$$y = (x-1)^2(x-2)$$

$$y = (x^2 + 1^2 - 2(x)(1))(x-2)$$

$$y = (x^2 + 1 - 2x)(x-2)$$

$$y = (x^3 + x - 2x^2 - 2x^2 - 2 + 4x)$$

$$y = (x^3 - 4x^2 + 5x - 2)$$

$$y_1 = 3x^2 - 8x + 5$$

$$y_2 = 6x - 8$$

$$y_1 = 0 \text{ எனில் } \Rightarrow 3x^2 - 8x + 5 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{இங்கு, } a = 3, \quad b = -8, \quad c = 5$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(3)(5)}}{2(3)}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{6}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{4}}{6}$$

$$= \frac{8 \pm 2}{6}$$

$$= \frac{8+2}{6} \text{ or } \frac{8-2}{6}$$

$$= \frac{10}{6} \text{ or } \frac{6}{6}$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ or } 1$$

நிலைமை (i) : $x = \frac{5}{3}$

இப்பொழுது $[y_2]_{x=5/3} = 6\left[\frac{5}{3}\right] - 8 = 10 - 8 = 2 > 0$

$x = \frac{5}{3}$ எனும் போது y சார்பானது சிறுமமானது

சிறுமமதிப்பு,

$$\begin{aligned} y &= (x-1)^2 (x-2) \\ &= \left(\frac{5}{3}-1\right)^2 \left(\frac{5}{3}-2\right) \\ &= \left(\frac{5-3}{3}\right)^2 \left(\frac{5-6}{3}\right) \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{-1}{3}\right) \\ &= \left(\frac{4}{9}\right) \left(\frac{-1}{3}\right) \\ &= \frac{-4}{27} \end{aligned}$$

நிலைமை (ii): $x = 1$

இப்பொழுது $[y_2]_{x=1} = 6(1) - 8 = -2 < 0$

$x = 1$ எனும் போது y சார்பானது பெருமமானது

பெரும மதிப்பு,

$$\begin{aligned} y &= (x-1)^2 (x-2) \\ &= (1-1)^2 (1-2) \\ &= 0 \end{aligned}$$

20.(அ) 'h' உயரம் மற்றும் ஆரம் 'r' கொண்ட ஒரு நேர் வட்டக்

கூம்பின் கன அளவை தொகையிடல் மூலம் காண்க.

விடை : April 2016-ல் ,பக்கம் எண்:17 -ல், கணக்கு

20(a) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது

20.(b) தீர்க்க: $(1 + e^x)sec^2 y dy - e^x tan y dx = 0$

விடை : October 2017-ல் ,பக்கம் எண்:74 -ல், கணக்கு

20(b) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது

$$20.(c) \text{ தீர்க்க: } \frac{dy}{dx} - \frac{2x}{1+x^2}y = 1 + x^2$$

விடை

$$\frac{dy}{dx} - \frac{2x}{1+x^2}y = 1 + x^2$$

$\frac{dy}{dx} + Py = Q$ இந்த வடிவத்தில் இருக்கிறது

$$\text{இங்கு, } P = -\frac{2x}{1+x^2}; \quad Q = 1 + x^2$$

தொகையீட்டு காரணி = $e^{\int P dx}$

$$= e^{\int \frac{-2x}{1+x^2} dx}$$

$$= e^{-\int \frac{2x}{1+x^2} dx}$$

$$= e^{-\log(1+x^2)}$$

$$= e^{\log(1+x^2)^{-1}}$$

$$= (1+x^2)^{-1}$$

$$= \frac{1}{(1+x^2)}$$

$$\therefore, \text{ தீர்வு } ye^{\int P dx} = \int Q e^{\int P dx} dx + c$$

$$y \left[\frac{1}{1+x^2} \right] = \int (1+x^2) \frac{1}{1+x^2} dx + C$$

$$= \int dx + c$$

$$= x + C$$

$$21.(அ) \text{ தீர்க்க: } (D^2 - 4D + 13)y = 0$$

விடை

$$(D^2 - 4D + 13)y = 0$$

துணைச் சமன்பாடு $m^2 - 4m + 13 = 0$

$$m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

இங்கு, $a = 1, b = -4, c = 13$

$$m = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(13)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 52}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{-36}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm i\sqrt{36}}{2}$$

$$= \frac{4}{2} \pm \frac{i6}{2}$$

$$= 2 \pm i3 = \alpha \pm i\beta$$

இங்கு, $\alpha = 2$, $\beta = 3$

\therefore பொதுத் தீர்வு $y = e^{\alpha x}(A \cos \beta x + B \sin \beta x)$

$$y = e^{2x}(A \cos 3x + B \sin 3x)$$

21.(b) தீர்க்க: $[D^2 + 6D + 9]y = 6e^{3x}$

விடை

$$[D^2 + 6D + 9]y = 6e^{3x}$$

துணைச் சமன்பாடு $m^2 + 6m + 9 = 0$

$$m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

இங்கு, $a = 1$, $b = 6$, $c = 9$

$$m = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4(1)(9)}}{2(1)}$$

$$m = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{2}$$

$$m = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$m = \frac{-6+0}{2}, \frac{-6-0}{2} = -3, -3$$

\therefore நிரப்புச் சார்பு $\rightarrow C.F = [Ax + B]e^{-3x}$

$$\text{சிறப்புத் தொகை} = \frac{e^{\alpha x}}{f(D)}$$

$$P.I. = \frac{6e^{3x}}{D^2 + 6D + 9}$$

$D = 3$ என பிரதியிடுக,

$$P.I. = \frac{6e^{3x}}{(3)^2 + 6(3) + 9}$$

$$P.I. = \frac{6e^{3x}}{9 + 18 + 9}$$

$$P.I. = \frac{6e^{3x}}{36}$$

$$P.I. = \frac{e^{3x}}{6}$$

∴ பொதுத் தீர்வு , $y = C.F + P.I$

$$y = [Ax + B]e^{-3x} + \frac{e^{3x}}{6}$$

21.(c) தீர்க்க: $[D^2 - 4D + 3]y = 2 \sin 3x$

விடை

$$[D^2 - 4D + 3]y = 2 \sin 3x$$

துணைச் சமன்பாடு $m^2 - 4m + 3 = 0$

$$m = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

இங்கு $a = 1$, $b = -4$, $c = 3$

$$m = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$m = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$$

$$m = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$m = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$m = \frac{4 + 2}{2}, \quad \frac{4 - 2}{2}$$

$$m = \frac{6}{2}, \quad \frac{2}{2}$$

$$m = 3, \quad 1$$

∴ நிரப்புச் சார்பு → $C.F = Ae^{3x} + Be^x$

$$\begin{aligned} \text{சிறப்புத் தொகை} &= \frac{\sin ax}{f(D)} \\ &= \frac{2\sin 3x}{D^2 - 4D + 3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D^2 = -[3]^2 = -9 \text{ என பிரதியிடுக,} \\ &= \frac{2\sin 3x}{-9 - 4D + 3} \\ &= \frac{2\sin 3x}{-4D - 6} \\ &= \frac{-4D - 6}{2\sin 3x} \times \frac{-4D + 6}{-4D + 6} \\ &= \frac{-4D - 6}{2\sin 3x [-4D + 6]} \\ &= \frac{(-4D)^2 - (6)^2}{2\sin 3x [-4D + 6]} \\ &= \frac{16D^2 - 36}{-8D[\sin 3x] + 12\sin 3x} \\ &= \frac{16D^2 - 36}{-8[3\cos 3x] + 12\sin 3x} \\ \therefore D^2 = -9 \text{ என பிரதியிடுக,} \\ &= \frac{16(-9) - 36}{-24\cos 3x + 12\sin 3x} \\ &= \frac{-180}{-24\cos 3x + 12\sin 3x} \\ &= \frac{24\cos 3x - 12\sin 3x}{180} \\ &= \frac{2\cos 3x - \sin 3x}{15} \end{aligned}$$

∴ பொதுத் தீர்வு , $y = C.F + P.I$

$$y = Ae^{3x} + Be^x + \frac{2\cos 3x - \sin 3x}{15}$$