

காலம் - 3 மணிகள்

மொத்த மதிப்பெண்கள்: 75

குறிப்பு (1) பகுதி-அ மற்றும் பகுதி-ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி-இ-ல் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி-அ-ல் 2(இரண்டு)

மதிப்பெண்கள், பகுதி-ஆ-ல் 3(மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி-இ-ல் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5(ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.

பகுதி - அ

1. $f(x)$ ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு எனில் $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ - ன் மதிப்பு என்ன ?
2. ஒரு ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி 12 ஆகவும் பரவற்படி 6 ஆகவும் இருப்பின் 'p' -ஐக் காண்க .
3. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி 'X,' பாய்ஸான் பரவலில் $P(X = 1) = P(X = 2)$ என்றவாறு பின்பற்றுகிறதெனில், சராசரியைக் காண்க.
4. திட்ட இயல் நிலை பரவலின் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் எழுதுக.
5. $s = 5t^2 + 6t + 5$ என்ற துகளின் தொடக்க திசைவேகம் காண்க .
6. $y = x^3$ என்ற வளைவரையின் மீதுள்ள $(4, -2)$ என்ற புள்ளியில் செங்கோட்டின் சாய்வு காண்க.
7. $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 7\frac{d^2y}{dx^2} + 2y = 0$ - ன் வரிசை மற்றும் படிகளை கூறுக.
8. தீர்க்க: $(D^2 - 49)y = 0$.

பகுதி - ஆ

9. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி 'X' -ன் நிகழ்தகவு பரவல்

கீழ்க்கண்டவாறு உள்ளதெனில் $E(X)$ -யைக் காண்க.

X	1	2	3
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$

10. இயல்நிலை பரவலின் பண்புகள் மூன்றினைக் குறிப்பிடுக.

11. ஒரு துகளின் தூரகால வாய்ப்பாடு $x = ae^t + be^{-t}$ எனில், முடுக்கம் என்பது எப்பொழுதும் கடந்து வந்த தொலைவிற்கு சமம் என நிரூபி.

12. $y = x^2 - 4x$ என்ற சமன்பாட்டின் குறும் மதிப்பு காண்க

13. தீர்க்க: $xdx + ydy = 0$

14. $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = x$ - ன் தொகையீட்டுக்காரணி காண்க.

15. தீர்க்க: $[D^2 - 5D + 6]y = 0$

16. $[D^2 - 10D + 1]y = e^{-x}$ - ன் சிறப்பு தொகை காண்க.

பகுதி - இ

17. (அ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி 'X' கீழ்க்கண்டவாறு நிகழ்தகவு பரவல் கொண்டுள்ளது,

X	0	1	2	3
$P(X = x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

எனில் (i) $E(X)$ மற்றும் (ii) $E(X^2)$ காண்க.

(ஆ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி 'X' கீழ்க்கண்டவாறு நிகழ்தகவு பரவல் கொண்டுள்ளது

X	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	a	3a	5a	7a	9a

எனில் (i) 'a' மற்றும் (ii) $P(X \geq 2)$ காண்க..

(இ) ஒரு ஈருறுப்பு பரவலில் $n = 15$ மற்றும்

$P(X = 1) = 3P(X = 0)$ எனில் 'p' - ன் மதிப்பைக் காண்க.

18. (அ) ஒரு தொழிற்சாலையில் உற்பத்தி செய்யும்

பல்புகளில் 3% குறைபாடு உள்ளவை, மாதிரியாக 100 பல்புகளில் சரியாக 5 பல்புகள் குறை பாட்டிற்கான நிகழ்தகவு காண்க. ($e^{-3} = 0.0498$)

(ஆ) இயல் நிலை பரவலின் சராசரி 10 மற்றும்

திட்டவிலக்கம் 3 எனில் $X = 8.6$ மற்றும் $X = 12.8$ - க்கும் இடைப்பட்ட நிகழ்தகவு மதிப்பைக் காண்க.

(இ) கீழ்க்கண்ட அட்டவணைக்கு ஒரு நேர்கோட்டைப் பொருத்துக.

x	0	1	2	3	4
y	10	14	19	26	31

19 (அ) ஒரு துகளின் தொலைவு நேர சமன்பாடு

$s = a \cos 6t + b \sin 6t$ எனில், முடுக்கமானது அதன் தொலைவினைப் பொறுத்து மாறும் என நிரூபி.

(ஆ) $y = x^2 + x - 6$ எனும் வளைவரைக்கு அது $x =$

அச்சின் வெட்டுமிடத்து அமையும் புள்ளிகளில் தொடு கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(இ) $y = 2x^3 - 15x^2 - 36x + 18$ -ன் பெருமம் மற்றும் குறுமம் மதிப்புகளைக் காண்க

20.(அ) 'R' உயரம் மற்றும் ஆரம் 'r' கொண்ட ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவை தொகையிடல் மூலம் காண்க.

(ஆ) தீர்க்க: $\tan x \sec^2 y \, dy + \tan y \sec^2 x \, dx = 0$

(இ) தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x} = x^2 \sin x$

21. (அ) தீர்க்க: $(D^2 + D - 2)y = 0$

(ஆ) தீர்க்க: $(D^2 - 8D + 16)y = 2e^x$

(இ) தீர்க்க: $(D^2 + 16)y = \sin 9x$


விடைகள்
பகுதி - அ

1. $f(x)$ ஒரு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு எனில் $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$ - ன் மதிப்பு என்ன ?

விடை

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

2. ஒரு ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி 12 ஆகவும் பரவற்படி 6 ஆகவும் இருப்பின் 'p' -ஐக் காண்க .

விடை

$$\text{சராசரி} = np = 12 \quad \text{----- (1)}$$

$$\text{பரவற்படி} = npq = 6 \quad \text{----- (2)}$$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{npq}{np} = \frac{6}{12}$$

$$\Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\therefore p = 1 - q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

3. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி 'X' பாய்ஸான் பரவலில்

$$P(X = 1) = P(X = 2)$$

என்றவாறு பின்பற்றுகிறதெனில், சராசரியைக் காண்க.

விடை

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

$$P(X = 1) = P(X = 2)$$

$$\frac{e^{-\lambda} \lambda^1}{1!} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^2}{2!}$$

$$\frac{\lambda}{1} = \frac{\lambda^2}{2}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{\lambda^2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2$$

$$\therefore \text{சராசரி} = 2$$

4. திட்ட இயல் நிலை பரவலின் சராசரி மற்றும் திட்ட விலக்கம் எழுதுக.

விடை

$$\text{சராசரி } \mu = 0$$

$$\text{திட்ட விலக்கம் } \sigma = 1$$

5. $s = 5t^2 + 6t + 5$ என்ற துகளின் தொடக்க திசைவேகம் காண்க .

விடை

$$s = 5t^2 + 6t + 5$$

$$v = \frac{ds}{dt} = 5(2t) + 6(1) + 0 = 10t + 6$$

$$\text{தொடக்க திசைவேகம் } v = \left(\frac{ds}{dt}\right)_{t=0} = 10(0) + 6$$

$$= 6 \text{ அலகுகள் / வினாடி}$$

6. $y = x^3$ என்ற வளைவரையின் மீதுள்ள $(4, -2)$ என்ற புள்ளியில் செங்கோட்டின் சாய்வு காண்க.

விடை

$$y = x^3$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(4,-2)} = 3(4)^2 = 48$$

$$\text{தொடு கோட்டின் சாய்வு, } m = 48$$

$$\therefore \text{செங்கோட்டின் சாய்வு, } \frac{-1}{m} = \frac{-1}{48}$$

7. $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 7\frac{d^2y}{dx^2} + 2y = 0$ - ன் வரிசை மற்றும் படிக்களை கூறுக.

விடை

வரிசை = 2 மற்றும் படி = 1

8. தீர்க்க: $(D^2 - 49)y = 0$.

விடை

$$(D^2 - 49)y = 0$$

துணைச் சமன்பாடு

$$m^2 - 49 = 0$$

$$m^2 = 49$$

$$m = \pm\sqrt{49} = \pm 7$$

∴ பொதுத் தீர்வு

$$y = Ae^{m_1x} + Be^{m_2x}$$

$$y = Ae^{7x} + Be^{-7x}$$

பகுதி - ஆ

9. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி 'X' -ன் நிகழ்தகவு பரவல்

கீழ்க்கண்டவாறு உள்ளதெனில் E(X) -யைக் காண்க.

X	1	2	3
P(X)	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$

விடை

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

$$= \left(1 \times \frac{1}{2}\right) + (2 \times 0) + \left(3 \times \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} + 0 + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{1+3}{2}$$

$$= \frac{4}{2}$$

$$= 2$$

10. இயல்நிலை பரவலின் பண்புகள் மூன்றினைக் குறிப்பிடுக.

விடை

1. இயல் நிலைப் பரவலின் வளைவு மணி வடிவம் கொண்டது.
2. $X = \mu$ என்ற சராசரி கோட்டிற்கு இயல்நிலைவளைவரை சமச்சீரானது
3. சராசரி = இடைநிலை அளவு = முகடு = μ

11. ஒரு துகளின் தூரகால வாய்ப்பாடு $x = ae^t + be^{-t}$ எனில், முடுக்கம் என்பது எப்பொழுதும் கடந்து வந்த தொலைவிற்கு சமம் என நிரூபி.

விடை

$$s = ae^t + be^{-t}$$

$$v = \frac{ds}{dt} = ae^t - be^{-t} \quad \left\{ \text{since } \frac{d}{dt}(e^{-t}) = -e^{-t} \right\}$$

$$a = \frac{d^2s}{dt^2} = ae^t + be^{-t}$$

$$\Rightarrow a = s$$

முடுக்கம் = தொலைவு

முடுக்கமானது அது கடந்து வந்த தூரத்திற்குச்சமம்

12. $y = x^2 - 4x$ என்ற சமன்பாட்டின் குறும் மதிப்பு காண்க

விடை

$$y = x^2 - 4x$$

$$y_1 = 2x - 4$$

$$y_2 = 2$$

$$y_1 = 0 \text{ எனில் } \Rightarrow 2x - 4 = 0$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$\text{இப்பொழுது } (y_2)_{x=2} = 2 > 0$$

$\therefore x = 2$ எனும் போது y சார்பானது சிறுமமானது

$$\text{சிறுமமதிப்பு } y = (2)^2 - 4(2) = 4 - 8 = -4$$

13. தீர்க்க: $xdx + ydy = 0$

விடை

$$xdx + ydy = 0$$

$$xdx = -ydy$$

$$\int x dx = - \int y dy$$

$$\frac{x^2}{2} = - \frac{y^2}{2} + C$$

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = C$$

14. $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = x$ - ன் தொகையீட்டுக்காரணி காண்க.

விடை

$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = x$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$\frac{dy}{dx} + Py = Q$ இந்த வடிவத்தில் இருக்கிறது

இங்கு, $P = \frac{1}{x}$; $Q = x$

தொகையீட்டு காரணி = $e^{\int P dx}$

$$= e^{\int \frac{1}{x} dx} = e^{\log x} = x$$

15. தீர்க்க: $[D^2 - 5D + 6]y = 0$

விடை

$$(D^2 - 5D + 6)y = 0$$

$$\text{துணைச் சமன்பாடு} \quad m^2 - 5m + 6 = 0$$

$$(m - 2)(m - 3) = 0$$

$$m - 2 = 0 \quad \Bigg| \quad m - 3 = 0$$

$$m = 2 \quad \Bigg| \quad m = 3$$

\therefore பொதுத் தீர்வு $y = Ae^{m_1x} + Be^{m_2x}$

$$y = Ae^{2x} + Be^{3x}$$

16. $[D^2 - 10D + 1]y = e^{-x}$ - ன் சிறப்பு தொகை காண்க.

விடை

$$(D^2 - 10D + 1)y = e^{-x}$$

$$P.I. = \frac{e^{-x}}{D^2 - 10D + 1}$$

$D = -1$ என பிரதியிடுக,

$$P.I. = \frac{e^{-x}}{(-1)^2 - 10(-1) + 1}$$

$$P.I. = \frac{e^{-x}}{1 + 10 + 1}$$

$$\therefore, P.I. = \frac{e^{-x}}{12}$$

பகுதி - இ

17(அ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி 'X' கீழ்க்கண்டவாறு நிகழ்தகவு பரவல் கொண்டுள்ளது,

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

எனில் (i) $E(X)$ மற்றும் (ii) $E(X^2)$ காண்க.

$$(i) E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

$$= \left(0 \times \frac{1}{3}\right) + \left(1 \times \frac{1}{6}\right) + \left(2 \times \frac{1}{6}\right) + \left(3 \times \frac{1}{3}\right)$$

$$= 0 + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + 1$$

$$= \frac{1+2+6}{6}$$

$$= \frac{9}{6}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$(ii) E(X^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 P_i$$

$$\begin{aligned} E(X^2) &= x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 + \dots + x_n^2 p_n \\ &= \left(0^2 \times \frac{1}{3}\right) + \left(1^2 \times \frac{1}{6}\right) + \left(2^2 \times \frac{1}{6}\right) + \left(3^2 \times \frac{1}{3}\right) \\ &= \left(0 \times \frac{1}{3}\right) + \left(1 \times \frac{1}{6}\right) + \left(4 \times \frac{1}{6}\right) + \left(9 \times \frac{1}{3}\right) \\ &= 0 + \frac{1}{6} + \frac{4}{6} + 3 \\ &= \frac{1+4+18}{6} \\ &= \frac{23}{6} \end{aligned}$$

17.(ஆ) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி 'X' கீழ்க்கண்டவாறு நிகழ்தகவு பரவல் கொண்டுள்ளது

X	0	1	2	3	4
P (X = x)	a	3a	5a	7a	9a

எனில் (i) 'a' மற்றும் (ii) $P(X \geq 2)$ காண்க..

விடை

(i)

$$\sum P_i = 1$$

$$a + 3a + 5a + 7a + 9a = 1$$

$$25a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{25}$$

$$(ii) P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$$

$$= 5a + 7a + 9a$$

$$= 21a$$

$$= 21 \left(\frac{1}{25} \right)$$

$$= \frac{21}{25}$$

17. (இ) ஒரு ஈருறுப்பு பரவலில் $n = 15$ மற்றும்

$P(X = 1) = 3P(X = 0)$ எனில் 'p' - ன் மதிப்பைக் காண்க.

விடை

$$n = 15$$

ஈருறுப்பு பரவல் என்பது $P(X = x) = {}^n C_x p^x q^{n-x}$

$$P(X = x) = {}^{15} C_x p^x q^{15-x}$$

$P(X = 1) = 3P(X = 0)$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$${}^{15} C_1 p^1 q^{15-1} = 3 {}^{15} C_0 p^0 q^{15-0}$$

$$15 p q^{14} = 3 \times 1 \times 1 \times q^{15}$$

$$15 p q^{14} = 3 q^{15}$$

$$15 p = 3q$$

$$15 p = 3(1 - p) \quad [\because q = 1 - p]$$

$$15 p = 3 - 3p$$

$$15p + 3p = 3$$

$$18 p = 3$$

$$p = \frac{3}{18}$$

$$p = \frac{1}{6}$$

18. (அ) ஒரு தொழிற்சாலையில் உற்பத்தி செய்யும் பல்புகளில்

3% குறைபாடு உள்ளவை, மாதிரியாக 100

பல்புகளில் சரியாக 5 பல்புகள் குறை பாட்டிற்கான

நிகழ்தகவு காண்க. ($e^{-3} = 0.0498$)

விடை

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \text{ என்பதை அறிவோம்}$$

$$P = 3\% = \frac{3}{100} ; n = 100 \text{ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது}$$

$$\text{அறிவோம், } \lambda = nP = 100 \left(\frac{3}{100} \right) = 3$$

$$P(X = x) = \frac{e^{-3}(3)^x}{x!}$$

சரியாக 5 மின்சார விளக்குகள் : $P(X = 5)$

$$P(X = 5) = \frac{e^{-3}(3)^5}{5!}$$

$$= \frac{0.0498 (243)}{120}$$

$$P(X = 5) = 0.1008$$

18. (ஆ) இயல் நிலை பரவலின் சராசரி 10 மற்றும் திட்டவிலக்கம் 3 எனில் $X = 8.6$ மற்றும் $X = 12.8$ க்கும் இடைப்பட்ட நிகழ்தகவு மதிப்பைக் காண்க.

விடை

சராசரி $\mu = 10$

திட்டவிலக்கம் $\sigma = 3$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது)

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma} \text{ என்பதை அறிவோம்}$$

$$= \frac{X - 10}{3}$$

$X = 8.6$ மற்றும் $X = 12.8$ க்கும் இடைப்பட்ட நிகழ்தகவு

$$P(8.6 < X < 12.8)$$

$X = 8.6$ எனும் போது

$$z = \frac{8.6 - 10}{3}$$

$$z = \frac{-1.4}{3}$$

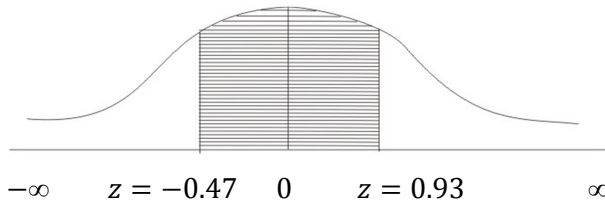
$$z = -0.466 = -0.47$$

$X = 12.8$ எனும் போது

$$z = \frac{12.8 - 10}{3}$$

$$z = \frac{2.8}{3}$$

$$z = 0.933 = 0.93$$



$$\therefore P(8.6 < X < 12.8) = P(-0.47 < z < 0.93)$$

$$= P(-0.47 < z < 0) + P(0 < z < 0.93)$$

$$= P(0 < z < 0.47) + P(0 < z < 0.93)$$

$$= 0.1808 + 0.3 = \mathbf{0.5046}$$

18. (இ) கீழ்க்கண்ட அட்டவணைக்கு ஒரு நேர்கோட்டைப் பொருத்தாக.

x	0	1	2	3	4
y	10	14	19	26	31

விடை

$$y = ax + b \dots (1) \text{ பொருத்தமான நேர்கோடு ஆகும்.}$$

இயல் நிலைச் சமன்பாடுகள்

$$a \sum x_i + nb = \sum y_i \quad \dots (2)$$

$$a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i \quad \dots (3)$$

கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் இருந்து $\sum x_i$, $\sum x_i^2$, $\sum y_i$, $\sum x_i y_i$ இவற்றைக் கணக்கிடுக

x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
0	10	0	0
1	14	1	14
2	19	4	38
3	26	9	78
4	31	16	124
$\sum x_i = 10$	$\sum y_i = 100$	$\sum x_i^2 = 30$	$\sum x_i y_i = 254$

இங்கு, $n = 5$

$$(2) \Rightarrow a \sum x_i + nb = \sum y_i$$

$$a(10) + (5)b = 100$$

$$10a + 5b = 100$$

$$(3) \Rightarrow a \sum x_i^2 + b \sum x_i = \sum x_i y_i$$

$$a(30) + b(10) = 254$$

$$30a + 10b = 254$$

கிராமரின் விதிப் படி:

$$10a + 5b = 100 \text{ மற்றும் } 30a + 10b = 254$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 5 \\ 30 & 10 \end{vmatrix} = 100 - 150 = -50$$

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 100 & 5 \\ 254 & 10 \end{vmatrix} = 1000 - 1270 = -270$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 10 & 100 \\ 30 & 254 \end{vmatrix} = 2540 - 3000 = -460$$

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = \frac{-270}{-50} = 5.4, \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = \frac{-460}{-50} = 9.2$$

$a = 5.4$ மற்றும் $b = 9.2$ என (1) ல் பிரதியிட

$y = 5.4x + 9.2$, இதுவே பொருத்தமான நேர்க்கோடு ஆகும்.

19. (அ) ஒரு துகளின் தொலைவு நேர சமன்பாடு

$s = a \cos 6t + b \sin 6t$ எனில், முடுக்கமானது அதன் தொலைவினைப் பொறுத்து மாறும் என நிரூபி.

விடை

$$s = a \cos 6t + b \sin 6t \quad \text{--- (1)}$$

$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$v = a \{ (-\sin 6t) 6 \} + b \{ (\cos 6t) 6 \}$$

$$v = -6a \sin 6t + 6b \cos 6t$$

$$a = \frac{d^2s}{dt^2}$$

$$a = -6a \{ (\cos 6t) 6 \} + 6b \{ (-\sin 6t) 6 \}$$

$$a = -36a \cos 6t - 36b \sin 6t$$

$$a = -36 \{ a \cos 6t + b \sin 6t \}$$

$$a = -36 \{ s \} \quad [\text{using (1)}]$$

$$a = -36 \times \{ \text{தூரம்} \}$$

எனவே, முடுக்கமானது அது கடந்து வந்த

தூரத்திலிருந்து மாறுபடுகிறது

19. (ஆ) $y = x^2 + x - 6$ எனும் வளைவரைக்கு அது $x -$

அச்சின் வெட்டுமிடத்து அமையும் புள்ளிகளில் தொடு

கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

விடை

$$y = x^2 + x - 6$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 1$$

வளைவரை $x -$ அச்சினை எங்கு வெட்டுகிறது என காண,

$y = 0$ என(1)ல் பிரதியிடுக,

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad | \quad x + 3 = 0$$

$$x = 2 \quad | \quad x = -3$$

$\therefore (2, 0)$ மற்றும் $(-3, 0)$ புள்ளிகள் வளைவரை மீது உள்ளது,

(i) $(2, 0)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சாய்வு,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(2,0)} = 2(2) + 1 = 5 = m$$

$(2, 0)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

இங்கு, $m = 5$, $x_1 = 2$, $y_1 = 0$

$$y - 0 = 5(x - 2)$$

$$y = 5x - 10$$

$$5x - y - 10 = 0$$

(ii) $(-3, 0)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சாய்வு,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(-3,0)} = 2(-3) + 1 = -5 = m$$

$(-3, 0)$ என்ற புள்ளியில் தொடுகோட்டின் சமன்பாடு

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

இங்கு, $m = -5$, $x_1 = -3$, $y_1 = 0$

$$y - 0 = -5(x - (-3))$$

$$y = -5(x + 3)$$

$$y = -5x - 15$$

$$5x + y + 15 = 0$$

19. (இ) $y = 2x^3 - 15x^2 - 36x + 18$ -ன் பெருமம் மற்றும் குறும்மம் மதிப்புகளைக் காண்க

விடை

$$y = 2x^3 - 15x^2 - 36x + 18$$

$$y_1 = 2(3x^2) - 15(2x) - 36(1) + 0$$

$$y_1 = 6x^2 - 30x - 36$$

$$y_2 = 6(2x) - 30(1) - 0$$

$$y_2 = 12x - 30$$

$$y_1 = 0 \text{ எனில் } \Rightarrow 6x^2 - 30x - 36 = 0$$

இருபுறமும் 6 ஆல் வகுக்க,

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x + 1)(x - 6) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad \left| \quad x - 6 = 0$$

$$x = -1 \quad \left| \quad x = 6$$

நிலைமை (i) : $x = -1$

$$\begin{aligned} \text{இப்பொழுது } [y_2]_{x=-1} &= 12(-1) - 30 \\ &= -12 - 30 \\ &= -42 < 0 \end{aligned}$$

$\therefore x = -1$ எனும் போது y சார்பானது பெருமமானது

பெரும மதிப்பு,

$$\begin{aligned} y &= 2(-1)^3 - 15(-1)^2 - 36(-1) + 18 \\ &= -2 - 15 + 36 + 18 \\ &= 37 \end{aligned}$$

நிலைமை (ii) : $x = 6$

$$\begin{aligned} \text{இப்பொழுது } [y_2]_{x=6} &= 12(6) - 30 \\ &= 72 - 30 \\ &= 42 > 0 \end{aligned}$$

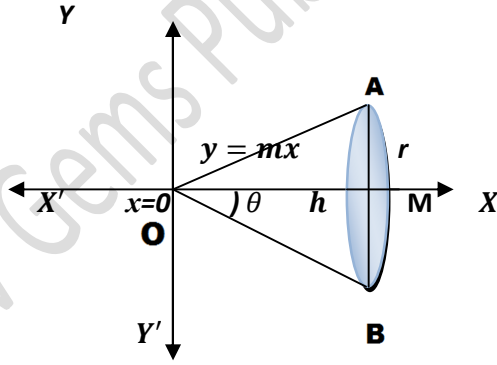
∴ $x = 6$ எனும் போது y சார்பானது சிறுமமானது

$$\begin{aligned} \text{சிறுமமதிப்பு, } y &= 2(6)^3 - 15(6)^2 - 36(6) + 18 \\ &= 2(216) - 15(36) - 216 + 18 \\ &= 432 - 540 - 216 + 18 \\ &= -306 \end{aligned}$$

20.(அ) ' h ' உயரம் மற்றும் ஆரம் ' r ' கொண்ட ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் கன அளவை தொகையிடல் மூலம் காண்க.

விடை

x -அச்சுவைப்பற்றி ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை சுழற்றும்போது ஒரு வட்டக் கூம்பு உருவாகிறது. இங்கு $x = 0$ மற்றும் $x = h$



எல்லைகள் முறையே $x = 0$ மற்றும் $x = h$

$$\therefore, \quad a = 0 \text{ மற்றும் } b = h$$

OA என்ற நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y = mx \dots \dots \dots (1)$

$$\text{முக்கோணம் } OAM, \quad \tan \theta = \frac{\text{opp.side}}{\text{adj.side}}$$

$$\tan \theta = \frac{r}{h}$$

$$\text{ஆனால் } m = \tan \theta$$

$$\Rightarrow m = \frac{r}{h}$$

$$(1) \Rightarrow y = \left[\frac{r}{h} \right] x$$

$$\text{கம்பின் கன அளவு} = \pi \int_a^b y^2 dx$$

$$= \pi \int_0^h \left[\frac{rx}{h} \right]^2 dx$$

$$= \pi \int_0^h \frac{r^2 x^2}{h^2} dx$$

$$= \frac{\pi r^2}{h^2} \int_0^h x^2 dx$$

$$= \frac{\pi r^2}{h^2} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^h$$

$$= \frac{\pi r^2}{h^2} \left(\frac{h^3}{3} \right)$$

$$= \frac{\pi r^2 h}{3} \text{ கன அலகுகள்}$$

$$20(\text{ஆ}) \quad \text{தீர்க்க: } \tan x \sec^2 y \, dy + \tan y \sec^2 x \, dx = 0$$

விடை

$$\tan x \sec^2 y \, dy + \tan y \sec^2 x \, dx = 0$$

$$\tan x \sec^2 y \, dy = - \tan y \sec^2 x \, dx$$

$$\frac{\sec^2 y}{\tan y} \, dy = - \frac{\sec^2 x}{\tan x} \, dx$$

$$\int \frac{\sec^2 y}{\tan y} \, dy = - \int \frac{\sec^2 x}{\tan x} \, dx$$

$$\log(\tan y) = -\log(\tan x) + \log C$$

$$\log(\tan y) + \log(\tan x) = \log C$$

$$\log(\tan y \tan x) = \log C$$

$$\tan y \tan x = C$$

20.(இ) தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x} = x^2 \sin x$

விடை

$$\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x} = x^2 \sin x \text{ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது}$$

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q \text{ இந்த வடிவத்தில் இருக்கிறது}$$

$$\text{இங்கு, } P = -\frac{2}{x}, \quad Q = x^2 \sin x$$

$$\text{தொகையீட்டு காரணி} = e^{\int P dx}$$

$$= e^{-2 \int \frac{1}{x} dx}$$

$$= e^{-2 \log x} = e^{\log x^{-2}} = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore \text{தீர்வு } ye^{\int P dx} = \int Q e^{\int P dx} dx + C$$

$$y \frac{1}{x^2} = \int x^2 \sin x \left(\frac{1}{x^2}\right) dx + C$$

$$= \int \sin x dx + C$$

$$\frac{y}{x^2} = -\cos x + C$$

21.(அ) தீர்க்க: $(D^2 + D - 2)y = 0$

விடை

$$(D^2 + D - 2)y = 0$$

$$\text{துணைச் சமன்பாடு} \quad m^2 + m - 2 = 0$$

$$(m - 1)(m + 2) = 0$$

$$(m - 1) = 0 \quad | \quad (m + 2) = 0$$

$$m = 1 \quad | \quad m = -2$$

∴ பொதுத் தீர்வு

$$y = Ae^{m_1x} + Be^{m_2x}$$

$$y = Ae^x + Be^{-2x}$$

$$21.(\text{ஆ}) \text{ தீர்க்க: } (D^2 - 8D + 16)y = 2e^x$$

விடை

$$(D^2 - 8D + 16)y = 2e^x$$

$$\text{துணைச் சமன்பாடு } m^2 - 8m + 16 = 0$$

$$(m - 4)(m - 4) = 0$$

$$m - 4 = 0 \quad | \quad m - 4 = 0$$

$$m = 4 \quad | \quad m = 4$$

$$\therefore \text{நிரப்புச் சார்பு } (C.F) = (Ax + B)e^{4x}$$

$$\text{சிறப்புத் தொகை} = \frac{e^{ax}}{f(D)}$$

$$P.I = \frac{2e^x}{D^2 - 8D + 16}, \quad D = 1 \text{ என பிரதியிடுக,}$$

$$P.I = \frac{2e^x}{(1)^2 - 8(1) + 16}$$

$$P.I = \frac{2e^x}{1 - 8 + 16}$$

$$P.I = \frac{2e^x}{9}$$

$$\therefore \text{பொதுத் தீர்வு } y = C.F + P.I$$

$$y = (Ax + B)e^{4x} + \frac{2e^x}{9}$$

$$21. \text{(இ) தீர்க்க: } (D^2 + 16)y = \sin 9x$$

விடை

$$(D^2 + 16)y = \sin 9x$$

துணைச் சமன்பாடு $m^2 + 16 = 0$

$$m^2 = -16$$

$$m = \pm \sqrt{-16}$$

$$m = \pm i4$$

இங்கு $\alpha = 0, \beta = 4$

\therefore நிரப்புச் சார்பு

$$C.F = e^{0x} [A \cos 4x + B \sin 4x]$$

$$C.F = A \cos 4x + B \sin 4x$$

சிறப்புத் தொகை $P.I = \frac{\sin ax}{f(D)}$

$$= \frac{\sin 9x}{D^2 + 16}$$

$D^2 = -[9]^2 = -81$ என பிரதியிடுக,

$$= \frac{\sin 9x}{-81 + 16}$$

$$= \frac{\sin 9x}{-65}$$

\therefore பொதுத் தீர்வு $y = C.F + P.I$

$$\therefore y = A \cos 4x + B \sin 4x - \frac{\sin 9x}{65}$$