OCTOBER 2016

காலம் – 3 மணிகள் **மொத்த மதிப்பெண்கள்: 75**

குறிப்பு (1) பகுதி-அ மற்றும் பகுதி-ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி-இ- ல் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி-அ-ல் 2(இரண்டு) மதிப்பெண்கள், பகுதி-ஆ-ல் 3(மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி-இ-ல் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5(ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.

பகுதி - அ

1. மையபுள்ளி (-5, 7) மற்றும் ஆரம் ‘3’ அலகுகள் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
2. $x^2+y^2-4x+6y+4=0$ மற்றும் $x^2+y^2+2x+4y+4=0$ என்ற வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்கின்றன என நிரூபி.
3. $\overrightarrow{3i}+2\vec{j}-\vec{k}$ மற்றும் $\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$ என்பன A மற்றும் B –ன் நிலை வெக்டர்கள் எனில் $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ - யை காண்க.
4. $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 7$ மற்றும் $|\vec{a} \times \vec{b}| = 7$ எனில் $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ -க்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.
5. $[\vec{i}+\vec{j}, \vec{j}+\vec{k}, \vec{k}+\vec{i}]$-ன் மதிப்பைக் காண்க.
6. மதிப்பிடுக: $\int \tan^2 x\,dx$.
7. மதிப்பிடுக: $\int \frac{1}{4x^2+9}\,dx.$
8. மதிப்பிடுக $\int_1^2 \left(x+x^2\right)dx$

பகுதி - "ஆ"

9. (5, 4) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும் $x^2 + y^2 - 8x + 12y + 15 = 0$ என்ற வட்டத்துடன் பொது மையமும் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

10. குவியம் $(1, -1)$ மற்றும் இயக்குவரை $x - y = 0$ கொண்ட பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

11. $\vec{i} + \overrightarrow{2j} + 2\vec{k}$ என்ற வெக்டரின் மீது $3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\overrightarrow{k}$ என்ற வெக்டரின் வீழலைக் காண்க.

12. $\vec{i} + \vec{j} - 2\overrightarrow{k}$ மற்றும் $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$-களை அடுத்தடுத்த பக்கங்களாக கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

13. மதிப்பிடுக: $\int (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)dx$

14. மதிப்பிடுக: $\int \frac{(\tan^{-1}x)^3}{1+x^2}\, dx$

15. மதிப்பிடுக: $\int x \sec^2 x dx$

16. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1+\sin x} dx$

பகுதி - இ

17. (அ) $(7, -5)$ ஆனது $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மீது உள்ளது என நிரூபிக்கவும். மேலும் $(7, -5)$ வழியாகச் செல்லும் விட்டத்தின் அடுத்த முனையைக் காண்க.

(ஆ) $x^2 + y^2 - 10x - 24y + 120 = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 = 400$ என்ற வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடும் என நிரூபி.

(இ) $2x^2 + 3xy - 2y^2 - 5x + 5y + c = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு இரட்டை நேர்கோடுகளைக் குறிக்கும் எனில், ‘c’-ன் மதிப்பைக் காண்க.

18. (அ) $3\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$, $\overrightarrow{5i} - 2\vec{j} + 7\overrightarrow{k}$ மற்றும் $6\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$ என்றவற்றை நிலை வெகடர்களாக கொண்ட புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்கும் என நிரூபி

(ஆ) $\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k},\ 4\vec{j} + 2\vec{k}$ மற்றும் $-10\vec{i} - \overrightarrow{2j} + 4\vec{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து என நிரூபி.

(இ) $\overrightarrow{3i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ மற்றும் $2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ என்ற இரு விசைகள் ஒரு துகளை (1, 2, -1) என்ற புள்ளியிலிருந்து (5,-3, 4) என்ற புள்ளிக்கு இடம் பெயரச்செய்தால், விசைகள் செய்யும் வேலையைக் காண்க.

19 (அ) $2\vec{i} - \vec{j} + \overrightarrow{2k}$ மற்றும் $10\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தான ஓரலகு வெக்டரைக் காண்க. மேலும் இரு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் சைன் (sine) மதிப்பையும் காண்க.

(ஆ) (1, 3, 1), (1, 1, -1), (-1, 1, 1) மற்றும் (2, 2, -1) என்ற நிலை வெக்டர்களின் புள்ளிகள் ஒரே தளத்தில் அமைந்துள்ளன என நிறுவுக.

(இ) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \overrightarrow{3k}$ மற்றும்

$\vec{c} = \overrightarrow{3i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ எனில் $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ – யைக் காண்க.

20.(அ) மதிப்பிடுக: $(i)\int \frac{dx}{1+\sin x}$ $(ii)\int cos5x cos2x\, dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: $(i)\int \frac{6x^2-1}{2x^3-x+5}dx$ $(ii)\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx.$

(இ) மதிப்பிடுக : (i) $\int \frac{dx}{(5x+2)^2-9}$ $(ii)\int \frac{dx}{\sqrt{81-4x^2}}$

21. (அ) மதிப்பிடுக: $(i)\int x^3 \log x\, dx$ $(ii)\int x \sin 5x\, dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: $(i)\int x^2 cos3x\, dx$ $(ii)\int x^2 e^{-2x}\, dx$

(இ) மதிப்பிடுக: $(i)\int_0^1 (2x+3)^4 dx$ $(ii)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$

விடைகள்

பகுதி - அ

1. மையபுள்ளி (-5, 7) மற்றும் ஆரம் '3' அலகுகள் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

விடை

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

இங்கு $(h, k) = (-5, 7)$ மற்றும் ஆரம் $r = 3$ அலகுகள்

$$\therefore (x+5)^2 + (y-7)^2 = 3^2$$

$$(x+5)(x+5) + (y-7)(y-7) = 9$$

$$(x^2 + 5x + 5x + 25) + (y^2 - 7y - 7y + 49) = 9$$

$$x^2 + 10x + 25 + y^2 - 14y + 49 - 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 10x - 14y + 65 = 0$$

2. $x^2+y^2-4x+6y+4=0$ மற்றும் $x^2+y^2+2x+4y+4=0$ என்ற வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்கின்றன என நிரூபி.

விடை

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0 \quad \text{———} \ (1)$$

$$x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0 \quad \text{———} \ (2)$$

சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) ஒப்பிட கிடைப்பது

$2g_1 = -4$	$2f_1 = 6$	
$g_1 = \frac{-4}{2} = -2$	$f_1 = \frac{6}{2} = 3$	$c_1 = 4$

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 4 = 0 \quad \text{———} \ (3)$$

$$x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0 \quad \text{———} \ (4)$$

சமன்பாடு (3) மற்றும் (4) ஒப்பிட கிடைப்பது

$$2g_2 = 2 \qquad 2f_2 = 4$$

$$g_2 = \frac{2}{2} = 1 \qquad f_2 = \frac{4}{2} = 2 \qquad c_2 = 4$$

நிபந்தனை $\mathbf{2g_1g_2 + 2f_1f_2 = c_1 + c_2}$

$$2(-2)(1) + 2(3)(2) = 4 + 4$$

$$-4 + 12 = 8$$

$$8 = 8$$

$\therefore$ எனவே கொடுக்கப்பட்ட இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்கின்றன.

3. $\overrightarrow{3i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ மற்றும் $\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ என்பன A மற்றும் B –ன் நிலை வெக்டர்கள் எனில் $|\overrightarrow{AB}|$ - யை காண்க.

விடை

$$\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k} \text{ மற்றும் } \overrightarrow{OB} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$$

$$\overrightarrow{AB} = (\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) - (3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k})$$

$$\overrightarrow{AB} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} - 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

$$\overrightarrow{AB} = -2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 + (4)^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4 + 9 + 16}$$

$$= \sqrt{29} \text{ அலகுகள்}$$

4. $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 7$ மற்றும் $|\vec{a} \times \vec{b}| = 7$ எனில் $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ -க்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

விடை

$|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 7, |\vec{a} \times \vec{b}| = 7$ எனில்

$$\sin\theta = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$$\sin\theta = \frac{7}{(2)(7)}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\theta = 30^\circ$$

5. $[\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} + \vec{k}, \vec{k} + \vec{i}]$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

விடை

$$[\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} + \vec{k}, \vec{k} + \vec{i}]$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 1(1 - 0) - 1(0 - 1) + 0(0 - 1)$$

$$= 1(1) - 1(-1) + 0$$

$$= 1 + 1$$

$$= 2$$

6. மதிப்பிடுக: $\int \tan^2 x \, dx$

விடை

$$\int \tan^2 x \, dx = \int (\sec^2 x - 1)\, dx$$

$$= \tan x - x + c$$

7. மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{4x^2+9}$

விடை

$$\int \frac{dx}{4x^2+9} = \int \frac{dx}{(2x)^2+(3)^2} \text{ ----- (1)}$$

$t = 2x$ $\frac{dt}{dx} = 2$ $\frac{dt}{2} = dx$	$(1) \Rightarrow \int \frac{\frac{dt}{2}}{(t)^2+(3)^2} = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{(t)^2+(3)^2}$ $= \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{3}tan^{-1}\left(\frac{t}{3}\right)\right\} + c$ $= \frac{1}{6}tan^{-1}\left(\frac{2x}{3}\right) + c$

8. மதிப்பிடுக: $\int_1^2 \left(\mathbf{x}+\mathbf{x}^2\right)\mathbf{dx}$

விடை

$$\int_1^2 \left(x+x^2\right)dx = \left[\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}\right]_1^2$$

$$= \left[\left(\frac{2^2}{2}+\frac{2^3}{3}\right) - \left(\frac{1^2}{2}+\frac{1^3}{3}\right)\right]$$

$$= \left[\left(\frac{4}{2}+\frac{8}{3}\right) - \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{12+16}{6}\right) - \left(\frac{3+2}{6}\right)$$

$$= \left(\frac{28}{6}\right) - \left(\frac{5}{6}\right)$$

$$= \frac{28-5}{6} = \frac{23}{6}$$

<u>பகுதி - ஆ</u>

9. (5, 4) என்ற புள்ளி வழிச்செல்வதும் $\mathbf{x^2 + y^2 - 8x + 12y + 15 = 0}$ என்ற வட்டத்துடன் பொது மையமும் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.

விடை

$$x^2 + y^2 - 8x + 12y + 15 = 0$$

தேவையான வட்டம் $x^2 + y^2 - 8x + 12y + \mathbf{k} = 0$ —— (1)

$(5, 4)$ என்ற புள்ளி வழியாக வட்டம் (1) செல்வதால்,

$\Rightarrow$அதில் x = 5, y = 4, என(1)ல் பிரதியிடுக,

$$(5)^2 + (4)^2 - 8\,(5) + 12(4) + \mathbf{k} = 0$$

$$25 + 16 - 40 + 48 + \mathbf{k} = 0$$

$$49 + k = 0 \Rightarrow \mathbf{k = -49}$$

(1)$\Rightarrow$ பொதுமைய வட்டம் $x^2 + y^2 - 8x + 12y - \mathbf{49} = 0.$

10. குவியம் (1, –1) மற்றும் இயக்குவரை x - y = 0 கொண்ட பரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.

விடை

ஒரு பரவளையத்தைக்கு மையத் தொலைத்தகவு $\boldsymbol{e = 1}$

குவியம் $= (1, -1)$, இயக்குவரை $x - y = 0$

இங்கு $(1, -1) = (x_1, y_1)$, $l = 1$, $m = -1$, $n = 0$

கூம்பு வளைவின் வரையறையின்படி,

$$\boldsymbol{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = e^2\left[\pm\frac{lx + my + n}{\sqrt{l^2 + m^2}}\right]^2}$$

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1^2\left[\pm\frac{\mathbf{x - y}}{\sqrt{\mathbf{1^2 + (-1)^2}}}\right]^2$$

$$[x^2 + 1^2 - 2(x)(1)] + [y^2 + 1^2 + 2(y)(1)] = \left[\frac{\mathbf{x - y}}{\sqrt{2}}\right]^2$$

$$x^2 + 1 - 2x + y^2 + 1 + 2y = \frac{(x - y)^2}{(\sqrt{2})^2}$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2 = \frac{(x - y)^2}{2}$$

$$2(x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2) = [x^2 + y^2 - 2(x)(y)]$$

$$2x^2 + 2y^2 - 4x + 4y + 4 - x^2 - y^2 + 2xy = 0$$

$$x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$$

11. $\vec{i} + \overrightarrow{2j} + 2\vec{k}$ **என்ற வெக்டரின் மீது** $3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ **என்ற வெக்டரின் வீழலைக் காண்க.**

விடை

$$\vec{a} = 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j} - 5\vec{k},\ \ \vec{b} = \vec{i} + 2\,\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = (3\,\vec{i} + 4\,\vec{j} - 5\vec{k}) \bullet (\vec{i} + 2\,\vec{j} + 2\vec{k})$$

$$= (3)\,(1) + (4)\,(2) + (-5)\,(2)$$

$$= 3 + 8 - 10 = 1$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (2)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 4 + 4}$$

$$= \sqrt{\mathbf{9}} = \mathbf{3}$$

$\vec{a}$ -ன் மீதான $\vec{b}$ -ன் வீழல் $= \dfrac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{|\vec{b}|} = \dfrac{1}{3}$ அலகுகள்

12. $\vec{i} + \vec{j} - 2\overrightarrow{k}$ மற்றும் $2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$-களை அடுத்தடுத்த பக்கங்களாக கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

விடை

$$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} - 2\,\overrightarrow{k}\,,\ \ \overrightarrow{b} = 2\,\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}$$

$\therefore$ இணைகரத்தின் பரப்பு $= |\vec{a} \times \vec{b}|$

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(-1-2) - \vec{j}(-1+4) + \vec{k}(-1-2)$$

$$= \vec{i}(-3) - \vec{j}(3) + \vec{k}(-3)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -3\vec{i} - 3\vec{j} - 3\vec{k}$$

$$\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + (-3)^2}$$

$$= \sqrt{9+9+9} = \sqrt{27}$$

$\therefore$ இணைகரத்தின் பரப்பு = $\sqrt{27}$ சதுர அலகுகள்

13. மதிப்பிடுக: $\int (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)\, dx$

விடை

$$\int (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)\, dx$$

$$= \int (x^4 - x^3 + x^2 + x^3 - x^2 + x + x^2 - x + 1)\, dx$$

$$= \int (x^4 + x^2 + 1)\, dx = \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + x + c$$

14. மதிப்பிடுக: $\int \frac{(\tan^{-1}x)^3}{1+x^2}\, dx$

விடை

$$\int \frac{(\tan^{-1}x)^3}{1+x^2}\, dx \text{ ----- (1)}$$

$t = \tan^{-1}x$ $\frac{dt}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$ $dt = \frac{1}{1+x^2}\, dx$	$(1) \Rightarrow \int t^3\, dt$ $= \frac{t^4}{4} + c$ $= \frac{(\tan^{-1}x)^4}{4} + c$

15. மதிப்பிடுக: $\int x\, sec^2 x\, dx$

விடை

$$u = x \qquad \int dv = \int sec^2 x\, dx$$

$$\frac{du}{dx} = 1 \qquad v = tanx$$

$$du = dx$$

$\int u\, dv = uv - \int v\, du$ என அறிவோம்

$$\int x\, sec^2 x\, dx = x(tanx) - \int tanx\, dx$$

$$= xtanx - \int \frac{\sec x\, tanx}{secx} dx$$

$$= xtanx - log\,(secx) + c$$

16. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathbf{cosx}}{\mathbf{1+sinx}}\, \mathbf{dx}$

விடை

$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \log f(x) + c$ என அறிவோம்

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin x} dx = [\log(1+\sin x)]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \log\left(1+\sin\frac{\pi}{2}\right) - \log(1+\sin 0)$$

$$= \log(1+1) - \log(1+0)$$

$$= \log(2\ ) - \log 1$$

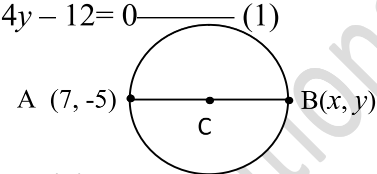
$$= \log 2$$

பகுதி – இ

17.(அ) (7, -5) ஆனது $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மீது உள்ளது என நிரூபிக்கவும். மேலும் (7, -5) வழியாகச் செல்லும் விட்டத்தின் அடுத்த முனையைக் காண்க.

விடை

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0 \qquad (1)$$



$x = 7, \quad y = -5$ என (1) பிரதியிடுக,

$$(7)^2 + (-5)^2 - 6(7) + 4(-5) - 12 = 0$$

$$49 + 25 - 42 - 20 - 12 = 0$$

$$74 - 74 = 0$$

$$0 = 0$$

$\therefore$ **(7, –5)** என்ற புள்ளி வட்டத்தின் மீது அமையும்.

மையம் காண:

$$(1) \Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$$

வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \qquad (2)$

சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) ஒப்பிட கிடைப்பது

$2g = -6$	$2f = 4$	$c = -12$
$g = \dfrac{-6}{2} = -3$	$f = \dfrac{4}{2} = 2$	

$\therefore$ மையம் C= $(-g, -f) = (3, -2)$

விட்டத்தின் ஒரு முனை $A = (7, -5)$ எனவும், மறுமுனை

$B\ (x, y)$ எனவும் எடுத்துக் கொள்க.

$\therefore$ AB யின் மையம் C எனில்

$$\left[\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right] = [-g. -f]$$

$$\left[\frac{7+x}{2}, \frac{-5+y}{2}\right] = [3,-2]$$

$\frac{7+x}{2} = 3$	$\frac{-5+y}{2} = -2$
$x + 7 = 6$	$y - 5 = -4$
$x = 6 - 7$	$y = -4 + 5$
$x = -1$	$y = 1$

$\therefore$ விட்டத்தின் மறு முனை $(-1, 1)$ ஆகும்.

17.(ஆ) $x^2 + y^2 - 10x - 24y + 120 = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 = 400$ என்ற வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடும் என நிரூபி.

விடை

நடை **1:** $x^2 + y^2 - 10x - 24y + 120 = 0$ – (1)

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ---- (2)

சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) ஒப்பிட கிடைப்பது

$2g = -10$	$2f = -24$	
$g = -5$	$f = -12$	$c = 120$

$\therefore$ **மையம்** $= (-g, -f) \Rightarrow \mathbf{C_1} = (5, 12)$

ஆரம் $=\sqrt{g^2+f^2-c}$

$$\mathbf{r_1} = \sqrt{(-5)^2+(-12)^2-120}$$

$$= \sqrt{49} = 7 \text{ அலகுகள்}$$

நடை 2: $x^2+y^2-400=0$ ——— (3)

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$------ (2)

சமன்பாடு (3) மற்றும் (2) ஒப்பிட கிடைப்பது

$$2g=0 \quad \Big| \quad 2f=0 \quad \Big| \quad$$
$$g=0 \quad \Big| \quad f=0 \quad \Big| \quad c=-400$$

$\therefore$ **மையம்** $= (-g, -f) \Rightarrow \mathbf{C_2} = (0, 0)$

ஆரம்$= \sqrt{g^2+f^2-c}$

$$\mathbf{r_2} = \sqrt{(0)^2+(0)^2+400}$$

$$= \sqrt{400} = 20 \text{ அலகுகள்}$$

நடை3: $\mathbf{d = C_1C_2} = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

இங்கு$C_1=(5, 12) = (x_1, y_1)$, $C_2 = (0, 0) = (x_2, y_2)$

$$d = \sqrt{(5-0)^2+(12-0)^2}$$

$$= \sqrt{169}$$

$$= 13 \text{ அலகுகள்}$$

$$\therefore \ r_2 - r_1 = 20 - 7 = 13 = d$$

$$\therefore d = r_2 - r_1$$

$\therefore$எனவே கொடுக்கப்பட்ட இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று உட்புறமாகத் தொடுகின்றன.

17.(இ) $2x^2 + 3xy - 2y^2 - 5x + 5y + c = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு இரட்டை நேர்கோடுகளைக் குறிக்கும் எனில், 'c'-ன் மதிப்பைக் காண்க.

விடை : *April 2016* -ல் ,பக்கம் எண்:11 -ல், கணக்கு 17(c) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது.

18.(அ) $3\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$, $\overrightarrow{5i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$ மற்றும் $6\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$ என்றவற்றை நிலை வெகடர்களாக கொண்ட புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்கும் என நிரூபி.

விடை

$$\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$$

$$\overrightarrow{OB} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$$

$$\overrightarrow{OC} = 6\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}}$$

$$\overrightarrow{AB} = (5\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}) - (3\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k})$$

$$\overrightarrow{AB} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k} - 3\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}}$$

$$\boldsymbol{|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6}}$$

$$\boldsymbol{\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}}$$

$$\overrightarrow{BC} = (6\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}) - (5\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k})$$

$$\overrightarrow{BC} = 6\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k} - 5\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}$$

$\overrightarrow{BC} = \vec{\imath} - 3\vec{\jmath} - 5\vec{k}$

$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(1)^2 + (-3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{1 + 9 + 25} = \sqrt{35}$

$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{CA} = (3\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 6\vec{k}) - (6\vec{\imath} - 5\vec{\jmath} + 2\vec{k})$

$\overrightarrow{CA} = 3\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 6\vec{k} - 6\vec{\imath} + 5\vec{\jmath} - 2\vec{k}$

$\overrightarrow{CA} = -3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} + 4\vec{k}$

$|\overrightarrow{CA}| = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16 + 16} = \sqrt{41}$

$$\Lleftarrow \ |\overrightarrow{CA}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2$$

$$\sqrt{41}^2 = \sqrt{6}^2 + \sqrt{35}^2$$

$$41 = 6 + 35$$

$$41 = 41$$

∴ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை உருவாக்குகிறது.

18.(ஆ). $\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 2\vec{k},\ 4\vec{\jmath} + 2\vec{k}$ மற்றும் $-10\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + 4\vec{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து என நிரூபி.

விடை

$\vec{a} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + 2\vec{k},\ \vec{b} = 4\vec{\jmath} + 2\vec{k},\ \vec{c} = -10\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + 4\vec{k}$	
$\vec{a} \bullet \vec{b} = (\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 2\vec{k}) \bullet (4\vec{\jmath} + 2\vec{k})$ $= (1)(0) + (-1)(4) + (2)(2)$ $= 0 - 4 + 4 = \mathbf{0}$	$\therefore \vec{a} \perp \vec{b}$

$\vec{b} \bullet \vec{c} = (4\vec{j} + 2\vec{k}) \bullet (-10\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k})$ $= (0)(-10) + (4)(-2) + (2)(4)$ $= 0 - 8 + 8 = \mathbf{0}$	$\therefore \vec{b} \perp \vec{c}$
$\vec{c} \bullet \vec{a} = (-10\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}) \bullet (\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k})$ $= (-10)(1) + (-2)(-1) + (4)(2)$ $= -10 + 2 + 8 = \mathbf{0}$	$\therefore \vec{c} \perp \vec{a}$
$\therefore \vec{a}, \vec{b}$ மற்றும் $\vec{c}$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை.	

18.(இ) $\vec{3i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}$ மற்றும் $2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ என்ற இரு விசைகள் ஒரு துகளை $(1, 2, -1)$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $(5,-3, 4)$ என்ற புள்ளிக்கு இடம் பெயரச்செய்தால், விசைகள் செய்யும் வேலையைக் காண்க.

விடை செய்யப்பட்ட வேலை $W = \vec{F} \bullet \vec{d}$

$$\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$$
$$= (3\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}) + (2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k})$$
$$= \mathbf{5\vec{i} + 8\vec{j} - 7\vec{k}}$$

$\vec{d}$ = முடிவுப்புள்ளி – ஆரம்பப்புள்ளி

$$\vec{d} = (5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}) - (\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k})$$
$$\vec{d} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} - \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$
$$\vec{d} = \mathbf{4\vec{i} - 5\vec{j} + 5\vec{k}}$$

செய்யப்பட்ட வேலை $W = \vec{F} \bullet \vec{d}$

$$= (5\vec{i} + 8\vec{j} - 7\vec{k}) \bullet (4\vec{i} - 5\vec{j} + 5\vec{k})$$
$$= (5)(4) + (8)(-5) + (-7)(5)$$
$$= 20 - 40 - 35$$
$$= \mathbf{-55}$$

செய்யப்பட்ட வேலை W = 55 அலகுகள்

19.(அ) $2\vec{i} - \vec{j} + \overrightarrow{2k}$ மற்றும் $10\vec{i} - 2\vec{j} + 7\overrightarrow{k}$ என்ற இரண்டு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தான ஓரலகு வெக்டரைக் காண்க. மேலும் இரு வெக்டர்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் சைன் (sine) மதிப்பையும் காண்க.

விடை

$$\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \ , \vec{b} = 10\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 2 \\ 10 & -2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 7 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 10 & 7 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 10 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(-7 + 4) - \vec{j}(14 - 20) + \vec{k}(-4 + 10)$$

$$= \vec{i}(-3) - \vec{j}(-6) + \vec{k}(6)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -3\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \ \{x = -3 , y = 6, z = 6\}$$

$$= \sqrt{(-3)^2 + (6)^2 + (6)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 36 + 36}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{\mathbf{81}}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \ \{x = 2 , y = -1, z = 2\}$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + (2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 1 + 4}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{9} = 3$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \ \{x = 10 , y = -2, z = 7\}$$

$$= \sqrt{(10)^2 + (-2)^2 + (7)^2}$$

$$= \sqrt{100 + 4 + 49}$$

$$|\vec{\boldsymbol{b}}| = \sqrt{\mathbf{153}}$$

∴ $\hat{n}$ என்பது $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ -க்கும் செங்குத்தாக உள்ள

ஓரலகு வெக்டர் எனில் $\hat{n} = \dfrac{\vec{\boldsymbol{a}} \times \vec{\boldsymbol{b}}}{|\vec{\boldsymbol{a}} \times \vec{\boldsymbol{b}}|} = \dfrac{\mathbf{-3}\vec{\boldsymbol{i}} + \mathbf{6}\,\vec{\boldsymbol{j}} + \mathbf{6}\,\vec{\boldsymbol{k}}}{\sqrt{\mathbf{81}}}$

∴ $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ -க்கு இடையேயான சைன் கோணம்

$$sin\theta = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}$$

$$sin\theta = \frac{\sqrt{81}}{3\sqrt{153}}$$

$$\Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{81}}{3\sqrt{153}}\right)$$

19.(ஆ) (1, 3, 1), (1, 1, -1), (-1, 1, 1) மற்றும் (2, 2, -1) என்ற நிலை வெக்டர்களின் புள்ளிகள் ஒரே தளத்தில் அமைந்துள்ளன என நிறுவுக.

விடை

A,B,C,D -ன் நிலை வெக்டர்கள் முறையே

$$\overrightarrow{OA} = (1, 3, 1) = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OB} = (1, 1, -1) = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OC} = (-1, 1, 1) = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OD} = (2, 2, -1) = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

$$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}} = \overrightarrow{\boldsymbol{OB}} - \overrightarrow{\boldsymbol{OA}}$$

$$\overrightarrow{AB} = (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) - (\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k})$$

$\overrightarrow{AB} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} - \vec{k} - \vec{\imath} - 3\vec{\jmath} - \vec{k}$

$\boldsymbol{\overrightarrow{AB} = 0\,\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} - 2\,\vec{k}}$

$\boldsymbol{\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}}$

$\overrightarrow{AC} = (-\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}) - (\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + \vec{k})$

$\overrightarrow{AC} = -\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k} - \vec{\imath} - 3\vec{\jmath} - \vec{k}$

$\boldsymbol{\overrightarrow{AC} = -2\,\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + 0\,\vec{k}}$

$\boldsymbol{\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}}$

$\overrightarrow{AD} = (2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - \vec{k}) - (\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + \vec{k})$

$\overrightarrow{AD} = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - \vec{k} - \vec{\imath} - 3\vec{\jmath} - \vec{k}$

$\boldsymbol{\overrightarrow{AD} = \vec{\imath} - \vec{\jmath} - 2\,\vec{k}}$

∴ ஒரு தளத்தில் அமையும் எனில் $\left[\overrightarrow{\mathbf{AB}}, \overrightarrow{\mathbf{AC}}, \overrightarrow{\mathbf{AD}}\right] = \mathbf{0}$

$$\left[\overrightarrow{\mathbf{AB}}, \overrightarrow{\mathbf{AC}}, \overrightarrow{\mathbf{AD}}\right] = \begin{vmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 0\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 0 + 2(4 + 0) - 2(2 + 2)$$

$$= 2(4) - 2(4)$$

$$= 8 - 8 = \mathbf{0}$$

∴ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு தளத்தில் அமைந்தவை ஆகும்.

19.(இ) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \overrightarrow{3k}$ மற்றும்

$\vec{c} = \overrightarrow{3i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ எனில் $(\vec{a} \times \overrightarrow{b}) \times \vec{c}$ – யைக் காண்க.

விடை

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k},$$

$$\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$$

$$\vec{\mathbf{a}} \times \overrightarrow{\mathbf{b}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(9 + 2) - \vec{j}(6 - 1) + \vec{k}(-4 - 3)$$

$$= \vec{i}(11) - \vec{j}(5) + \vec{k}(-7)$$

$$\vec{\mathbf{a}} \times \overrightarrow{\mathbf{b}} = 11\vec{i} - 5\vec{j} - 7\vec{k}$$

$$(\vec{\mathbf{a}} \times \overrightarrow{\mathbf{b}}) \times \vec{\mathbf{c}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 11 & -5 & -7 \\ 3 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\begin{vmatrix} -5 & -7 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 11 & -7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 11 & -5 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(-25 - 7) - \vec{j}(55 + 21) + \vec{k}(-11 + 15)$$

$$= \vec{i}(-32) - \vec{j}(76) + \vec{k}(4)$$

$$\vec{\mathbf{a}} \times (\overrightarrow{\mathbf{b}} \times \vec{\mathbf{c}}) = -32\vec{i} - 76\vec{j} + 4\vec{k}$$

20.(அ) மதிப்பிடுக: **(i)** $\int \frac{dx}{1+sinx}$ **(ii)** $\int cos5x \; cos2x \; dx$

விடை

(i) $$\int \frac{1}{1+sinx} dx = \int \frac{1}{(1+sinx)} \times \frac{1-sinx}{(1-sinx)} dx$$

$$= \int \frac{1-sinx}{1-sin^2x} dx$$

$$= \int \frac{1-sinx}{cos^2x}dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{cos^2x}\right) - \left(\frac{sinx}{cos^2x}\right)dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{cos^2x}\right) - \left(\frac{sinx}{cosx} \times \frac{1}{cosx}\right)dx$$

$$= \int (sec^2x - secx\ tanx)dx$$

$$= tanx - secx + c$$

(ii) $\int cos5x\ cos2x\ dx$

விடை : *April 2016* -ல் ,பக்கம் எண்:18 -ல், கணக்கு 20 a (ii) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது.

20.(ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{6x^2-1}{2x^3-x+5}dx$ (ii) $\int \frac{sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$

விடை **(i)** $\int \frac{6x^2-1}{2x^3-x+5}dx$ ----- (1)

$t = 2x^3 - x + 5$ $\frac{dt}{dx} = 6x^2 - 1$ $dt = (6x^2 - 1)\ dx$	$(1) \Rightarrow \int \frac{1}{t}\ dt$ $= \log(t) + c$ $= \log(2x^3 - x + 5) + c$

விடை **(ii)** $\int \frac{sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\ dx$ ----- (1)

$t = \sqrt{x}$ $\frac{dt}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $2dt = \frac{1}{\sqrt{x}}\ dx$	$(1) \Rightarrow$ $\int sint\ (2dt) = 2\int sint\ dt$ $= 2(-\cos t) + c$ $= -2\cos(\sqrt{x}) + c$

20.(இ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{dx}{(5x+2)^2-9}$ (ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{81-4x^2}}$

விடை (i) $\int \frac{dx}{(5x+2)^2-9} = \int \frac{dx}{(5x+2)^2-(3)^2}$ -- (1)

$t = 5x + 2$ $\frac{dt}{dx} = 5$ $\frac{dt}{5} = dx$	$(1) \Rightarrow \int \frac{\frac{dt}{5}}{(t)^2-(3)^2} = \frac{1}{5}\int \frac{dt}{(t)^2-(3)^2}$ $= \frac{1}{5}\left\{ = \frac{1}{2(3)} log\left(\frac{t-3}{t+3}\right) + c \right\}$ $= \frac{1}{30} log\left(\frac{(5x+2)-3}{(5x+2)+3}\right) + c$ $= \frac{1}{30} log\left(\frac{5x-1}{5x+5}\right) + c$

விடை (ii) $\int \frac{dx}{\sqrt{81-4x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{(9)^2-(2x)^2}}$ -- (1)

$t = 2x$ $\frac{dt}{dx} = 2$ $\frac{dt}{2} = dx$	$(1) \Rightarrow \int \frac{\frac{dt}{2}}{\sqrt{(9)^2-(t)^2}} = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{\sqrt{(9)^2-(t)^2}}$ $= \frac{1}{2} sin^{-1}\left(\frac{t}{9}\right) + c$ $= \frac{1}{2} sin^{-1}\left(\frac{2x}{9}\right) + c$

21.(அ) மதிப்பிடுக: (i) $\int x^3 \log x \, dx$ (ii) $\int x \sin 5x \, dx$

விடை

(i) $\int x^3 \log x \, dx$

$u = \log x$	$dv = x^3 \, dx$
$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x}$	$\int dv = \int x^3 \, dx$
$du = \frac{dx}{x}$	$v = \frac{x^4}{4}$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

$$\int x^3 \log x\ dx = \log x \left(\frac{x^4}{4}\right) - \int \frac{x^4}{4}\frac{dx}{x}$$

$$= \frac{x^4}{4}\log x - \frac{1}{4}\int x^3\,dx$$

$$= \frac{x^4}{4}\log x - \frac{1}{4}\left(\frac{x^4}{4}\right) + c$$

$$= \frac{x^4}{4}\log x - \frac{x^4}{16} + c$$

விடை

(ii) $\int x\ \sin 5x\,dx$

$$u = x \qquad \frac{du}{dx} = 1 \qquad du = dx$$

$$\int dv = \int \sin 5x\,dx \qquad v = \frac{-\cos 5x}{5}$$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

$$\int x\ \sin 5x\,dx = x\left(\frac{-\cos 5x}{5}\right) - \int \frac{-\cos 5x}{5}\,dx$$

$$= \frac{-x\cos 5x}{5} + \frac{1}{5}\int \cos 5x\,dx$$

$$= \frac{-x\cos 5x}{5} + \frac{1}{5}\left(\frac{\sin 5x}{5}\right) + c$$

$$= \frac{-x\cos 5x}{5} + \frac{\sin 5x}{25} + c$$

21.(ஆ)மதிப்பிடுக: $(i)\ \int x^2\ \cos 3x\ dx$ **(ii)** $\int x^2\,e^{-2x}\,dx$

விடை

(i) $\int x^2\ \cos 3x\ dx$

$$u = x^2 \qquad u' = 2x \qquad u'' = 2$$

$$\int dv = \int \cos 3x\ dx$$

$$v = \frac{\sin 3x}{3}$$

$$v_1 = \frac{-\cos 3x}{9}$$

$$v_2 = \frac{-\sin 3x}{27}$$

$$\int u\,dv = uv - u'\,v_1 + u''v_2 - \cdots$$

$$\int x^2 \cos 3x\,dx = \frac{x^2 \sin 3x}{3} - 2x\left(\frac{-\cos 3x}{9}\right) + 2\left(\frac{-\sin 3x}{27}\right) + c$$

$$= \frac{x^2 \sin 3x}{3} + \frac{2x\cos 3x}{9} - \frac{2\sin 3x}{27} + c$$

விடை (ii) $\int x^2 e^{-2x}\,dx$

$$u = x^2 \qquad \int dv = \int e^{-2x}dx$$

$$u' = 2x \qquad v = \frac{e^{-2x}}{-2}$$

$$u'' = 2 \qquad v_1 = \frac{e^{-2x}}{4}$$

$$v_2 = \frac{e^{-2x}}{-8}$$

$$\int u\,dv = uv - u'\,v_1 + u''v_2 - \cdots$$

$$\int x^2 e^{-2x}\,dx = x^2\left(\frac{e^{-2x}}{-2}\right) - 2x\left(\frac{e^{-2x}}{4}\right) + 2\left(\frac{e^{-2x}}{-8}\right) + c$$

$$= -\frac{x^2 e^{-2x}}{2} - \frac{x e^{-2x}}{2} - \frac{e^{-2x}}{4} + c$$

21.(இ) மதிப்பிடுக: (i) $\int_0^1 (2x+3)^4 dx$

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\,dx$

விடை

$$(i)\int_0^1 (2x+3)^4 dx \quad \text{-----} \ (1)$$

$t = 2x + 3$

$\frac{dt}{dx} = 2$

$\frac{dt}{2} = dx$

எல்லைகள் :

$x = 0$ எனும் போது

$t = 2(0) + 3 = 3$

$x = 1$ எனும் போது

$t = 2(1) + 3 = 5$

$$(1) \Rightarrow \int_3^5 t^4\, dt$$

$$= \frac{1}{2}\int_3^5 t^4\, dt$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{t^5}{5}\right]_3^5$$

$$= \frac{1}{10}\left(5^5 - 3^5\right)$$

$$= 288.2$$

விடை

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2x}{2} dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos 2x) dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[x + \frac{\sin 2x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\sin 2\frac{\pi}{2}}{2}\right) - \left(0 + \frac{\sin 2\ (0)}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\pi}{2} + 0 - 0\right] \quad = \frac{\pi}{4}$$

Prepared by- STV Gems Publications, Chidambaram,
stvgems@gmail.com, Cell: 9994507270