APRIL 2017

காலம் – 3 மணிகள் **மொத்த மதிப்பெண்கள்: 75**

குறிப்பு (1) பகுதி-அ மற்றும் பகுதி-ஆ, ஆகிய ஒவ்வொரு பகுதியிலிருந்து ஏதேனும் ஐந்து வினாக்களுக்கும், மற்றும் பகுதி-இ- ல் ஒவ்வொரு வினாவிலிருந்து ஏதேனும் இரு பிரிவுகளுக்கும் விடையளிக்கவும்.

(2) ஒவ்வொரு வினாவும் பகுதி-அ-ல் 2(இரண்டு) மதிப்பெண்கள், பகுதி-ஆ-ல் 3(மூன்று) மதிப்பெண்கள் மற்றும் பகுதி-இ-ல் ஒவ்வொரு பிரிவும் 5(ஐந்து) மதிப்பெண்கள் பெறும்.

பகுதி - அ

1. $x^2 + y^2 + 10x + 8y + 5 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரத்தினைக் காண்க.

2. $7x^2 + 3xy + 2y^2 - x + 2y - 1 = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு நீள் வட்டத்தைக் குறிக்கும் என நிரூபி.

3. $3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ என்ற வெக்டரின் மீது $2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ என்ற வெக்டரின் வீழல் காண்க.

4. $[\,\vec{i} + \vec{j},\ \vec{j} + \vec{k},\ \vec{k} + \vec{i}\,]$-ன் மதிப்பைக் காண்க.

5. $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 4$ மற்றும் $\vec{a} \bullet \vec{b} = 12$ எனில் $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ -க்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

6. மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{x\, logx}$

7. மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$

8. மதிப்பிடுக: $\int_0^1 (3x^2 - 2x + 7)\,dx$

பகுதி - "ஆ"

9. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 - 5x + 6y + 15 = 0$ என்ற வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடும் எனக்காட்டுக.

10. $2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $3\vec{i} - 5\vec{j} + \vec{k}$ மற்றும் $-\vec{i} + 11\vec{j} + 9\vec{k}$ என்ற நிலை வெக்டர்களை உடைய புள்ளிகள் ஒரு நேர்கோட்டில் அமைவன எனக் காட்டுக.

11. $3\vec{i} - \vec{k}$ மற்றும் $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை அடுத்தடுத்த பக்கங்களாக கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

12. $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{0}$ என நிரூபி.

13. மதிப்பிடுக: $\int cos^3 7x\, dx$

14. மதிப்பிடுக: $\int \sqrt{1 + sin2x}\, dx$

15. மதிப்பிடுக: $\int x^2 \sin 3x\, dx$

16. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \sin x)^3 \cos x \; dx$

பகுதி - இ

17.(அ) $2x - 3y + 1 = 0$ மற்றும் $x + 2y - 17 = 0$ என்ற விட்டங்களின் சமன்பாடுகளையும் 8 அலகுகளை ஆரமாகவும் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

(ஆ) $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 1 = 0$ என்ற வட்டத்திற்கு பொது மைய வட்டமாகவும் $(1, 1)$ என்ற புள்ளி வழியாகவும் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

(இ) $2x^2 + 7xy + 3y^2 + 13x - y - 24 = 0$ என்ற இரு படிச்சமன்பாட்டின் கூம்பு வளைவை அடையாளம் காண்க.

18.(அ) $3\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$, $5\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$ மற்றும்

$6\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை நிலை

வெக்டர்களாகக் கொண்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரு

செங்கோண முக்கோணத்தை உண்டாக்கும் என நிரூபி .

(ஆ) $\vec{a}$ என்பது ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் எனில்,

$(\vec{a} \bullet \vec{i}\,)\ \vec{i} + (\vec{a} \bullet \vec{j}\,)\,\vec{j} + (\vec{a} \bullet \vec{k}\,)\ \vec{k} = \vec{a}$ என நிரூபி.

(இ) $2\,\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}$, $-\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ மற்றும் $2\vec{i} + 7\vec{j}$ என்ற விசைகளின் செயல்பாட்டினால் ஒரு பொருள் $4\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$ என்ற புள்ளியிலிருந்து $6\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ என்ற புள்ளிக்கு இடம் பெயர்ந்தால் விசைகள் செய்த மொத்த வேலை எவ்வளவு.

19.(அ) $\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + 3\overrightarrow{k}$ மற்றும் $2\,\overrightarrow{i} + 3\overrightarrow{j} - \overrightarrow{k}$ என்ற இரு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தாக உள்ள ஓரலகு வெக்டரைக் காண்க.மேலும் அவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடையேயான கோணத்தின் மதிப்பையும் காண்க.

(ஆ) $6\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ என்ற விசை $(0\,,1\,,-1)$ என்ற புள்ளி வழியே செலுத்தப்படுகிறது $(4, 3, -1)$ என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து விசையின் திருப்புத்திறன் காண்க.

(இ) $\overrightarrow{a} = 2\,\vec{i} + 3\,\vec{j} + \vec{k}$, $\overrightarrow{b} = \vec{i} - 2\overrightarrow{j} + 3\vec{k}$ மற்றும் $\overrightarrow{c} = 3\overrightarrow{i} + 2\,\overrightarrow{j} - 5\,\vec{k}$ எனில் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \bullet \vec{c})\,\vec{b} - (\vec{a} \bullet \vec{b})\,\vec{c}$ என்பதை சரி பார்.

20.(அ) மதிப்பிடுக:(i) $\int \frac{sin^2 x}{1+cosx}\,dx$ (ii) $\int (tanx + cotx)^2 dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{(x+1)dx}{x^2+2x-1}$ (ii) $\int \frac{\sec^2 x}{5+tanx}\,dx$

(இ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{dx}{25-9x^2}$ (ii) $\int \frac{dx}{(2x+3)^2+9}$

21.(அ) மதிப்பிடுக:$\int x^2 \log x\,dx$ (ii) $\int x \cos 2x\,dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: $\int x^2\,e^{-3x}\,dx$ (ii) $\int x^2 \sin 6x\,dx$

(இ) மதிப்பிடுக: $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \log(\tan x)dx$

விடைகள்

பகுதி -அ

1. $x^2 + y^2 + 10x + 8y + 5 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரத்தினைக் காண்க.

விடை

$$x^2 + y^2 + 10x + 8y + 5 = 0 \text{ ——(1)}$$

வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 + \mathbf{2gx} + \mathbf{2fy} + \boldsymbol{c} = 0$ ——(2)

சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) ஒப்பிட கிடைப்பது

$$2g = 10 \qquad 2f = 8$$

$$g = \frac{10}{2} = 5 \qquad f = \frac{8}{2} = 4 \qquad c = 5$$

$\therefore$ வட்டத்தின் மையம் C = $(-g, -f) = \mathbf{(-5, -4)}$

வட்டத்தின் ஆரம் $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

$$r = \sqrt{(-5)^2 + (-4)^2 - (5)}$$

$$= \sqrt{25 + 16 - 5}$$

$$= \sqrt{36}$$

$r = \mathbf{6}$ அலகுகள்

2. $7x^2 + 3xy + 2y^2 - x + 2y - 1 = 0$ என்ற சமன்பாடு ஒரு நீள்

வட்டத்தைக் குறிக்கும் என நிரூபி.

விடை $7x^2 + 3xy + 2y^2 - x + 2y - 1 = 0$ —— (1)

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad —— (2)$$

சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) ஒப்பிட கிடைப்பது

$$a = 7,\ b = 2\ ,\ 2h = 3 \Rightarrow h = 1.5$$

நீள்வட்டத்தைக் குறிப்பதற்கான நிபந்தனை: $h^2 - ab < 0$

$h^2 - ab = (1.5)^2 - (7)(2) = 2.25 - 14 = -11.75 < \mathbf{0}$

$\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு ஒரு நீள் **வட்டத்தைக்** குறிக்கும்

3. $3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ என்ற வெக்டரின் மீது $2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ என்ற வெக்டரின் வீழல் காண்க.

விடை $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}\ ,\ \vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = (2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}) \bullet (3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})$$

$$= (2)(3) + (3)(-1) + (1)(1)$$

$$= 6 - 3 + 1 = 4$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$= \sqrt{(3)^2 + (-1)^2 + (1)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 1 + 1} = \sqrt{\mathbf{11}}$$

$\vec{a}$ -ன் மீதான $\vec{b}$ -ன் வீழல் $= \dfrac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{|\vec{b}|} = \dfrac{4}{\sqrt{11}}$ அலகுகள்

4. $\left[\vec{i}+\vec{j},\ \vec{j}+\vec{k},\ \vec{k}+\vec{i}\right]$ **-ன் மதிப்பைக் காண்க.**

விடை : *October 2016* -ல் ,பக்கம் எண்:28 -ல், கணக்கு 5 -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது.

க்கும் இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

விடை

$$|\vec{a}| = 6,\ |\vec{b}| = 4,\ \vec{a}\bullet\vec{b} = 12$$

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}\bullet\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{12}{(6)(4)}$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \theta = 60^0$$

6. மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{x\log x}$

விடை

$$\int \frac{dx}{x\log x} \quad \text{----- (1)}$$

$$t = \log x$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$dt = \frac{1}{x}\,dx$$

$$\int \frac{dx}{x\log x} = \int \frac{1}{t}\,dt$$

$$= \log(t) + c$$

$$= \log(\log x) + c$$

7. மதிப்பிடுக: $\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$

விடை

$$\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{3^2-x^2}} = \sin^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + c$$

8. மதிப்பிடுக: $\int_0^1 (3x^2 - 2x + 7)dx$

விடை

$$\int_0^1 (3x^2 - 2x + 7)dx = \left[\frac{3x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 7x\right]_0^1$$

$$= [x^3 - x^2 + 7x]_0^1$$

$$= (1^3 - 1^2 + 7(1)) - 0$$

$$= (1 - 1 + 7) = 7$$

பகுதி -ஆ

9. $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$ மற்றும் $x^2 + y^2 - 5x + 6y + 15 = 0$ என்ற வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று தொடும் எனக் காட்டுக.

விடை

நடை **1:** $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$ ——(1)

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fx + c = 0$ —— (2)

சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) ஒப்பிட கிடைப்பது

$2g = -2$	$2f = 6$	$c = 6$
$g = -\frac{2}{2} = -1$	$f = \frac{6}{2} = 3$	

$\therefore$ மையம்$=(-g, -f) \Rightarrow \mathbf{C_1} = (\mathbf{1}, -3)$

ஆரம் $r = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

$r_1 = \sqrt{(1)^2 + (-3)^2 - 6} = \sqrt{1 + 9 - 6} = \sqrt{4} = 2$ அலகுகள்

நடை**2:** $x^2 + y^2 - 5x + 6y + 15 = 0$ ——— (3)

$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ———(2)

சமன்பாடு (3) மற்றும் (2) ஒப்பிட கிடைப்பது

$2g = -5$ $g = \frac{-5}{2} = -2.5$	$2f = 6$ $f = \frac{6}{2} = 3$	c = 15

$\therefore$ **மையம்** = (–g, –f) ⇒**C_2**= (2.5 , –3)

ஆரம் $r_2 = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

$$r_2 = \sqrt{(2.5)^2 + (-3)^2 - 15}$$

$$= \sqrt{6.25 + 9 - 15} = \sqrt{0.25} = 0.5 \text{ அலகுகள்}$$

நடை 3: d = C_1C_2 = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

இங்கு C_1 =(1, –3) =(x_1, y_1), C_2 = (2.5, –3) = (x_2, y_2)

$$d = \sqrt{(2.5-1)^2 + (-3+3)^2}$$

$$= \sqrt{(-1.5)^2 + (0)^2}$$

$$= \sqrt{2.25} = 1.5 \text{ அலகுகள்}$$

$$\therefore r_1 - r_2 = 2 - 0.5 = 1.5 = d$$

$$\therefore d = r_1 - r_2$$

$\therefore$எனவே கொடுக்கப்பட்ட இரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று உட்புறமாகத் தொடுகின்றன.

10. $2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + 3\overrightarrow{k}$, $3\overrightarrow{i} - 5\overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$ மற்றும் $-\overrightarrow{i} + 11\overrightarrow{j} + 9\overrightarrow{k}$ என்ற நிலை வெக்டர்களை உடைய புள்ளிகள் ஒரு நேர்கோட்டில் அமைவன எனக் காட்டுக.

விடை

$$\overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + 3\overrightarrow{k}$$

$$\overrightarrow{OB} = 3\vec{\imath} - 5\vec{\jmath} + \vec{k}$$
$$\overrightarrow{OC} = -\vec{\imath} + 11\vec{\jmath} + 9\vec{k}$$

$\boldsymbol{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}}$

$\overrightarrow{AB} = (3\vec{\imath} - 5\vec{\jmath} + \vec{k}) - (2\vec{\imath} - \vec{\jmath} + 3\vec{k})$

$\overrightarrow{AB} = 3\vec{\imath} - 5\vec{\jmath} + \vec{k} - 2\vec{\imath} + \vec{\jmath} - 3\vec{k}$

$\boldsymbol{\overrightarrow{AB} = \vec{\imath} - 4\vec{\jmath} - 2\vec{k}}$ **------ (1)**

$\boldsymbol{\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}}$

$\overrightarrow{BC} = (-\vec{\imath} + 11\vec{\jmath} + 9\vec{k}) - (3\vec{\imath} - 5\vec{\jmath} + \vec{k})$

$\overrightarrow{BC} = -\vec{\imath} + 11\vec{\jmath} + 9\vec{k} - 3\vec{\imath} + 5\vec{\jmath} - \vec{k}$

$\boldsymbol{\overrightarrow{BC} = -4\vec{\imath} + 16\vec{\jmath} + 8\vec{k}}$ **-------(2)**

$\boldsymbol{\overrightarrow{BC}} = -4(\vec{\imath} - 4\vec{\jmath} - 2\vec{k})$

$\boldsymbol{\overrightarrow{BC}} = -4(\boldsymbol{\overrightarrow{AB}})$ **{From(1) }**

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{BC}$, $\therefore$ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு நேர்கோட்டில் அமைந்தவை ஆகும்.

11. $3\vec{\imath} - \vec{k}$ மற்றும் $\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை அடுத்தடுத்த பக்கங்களாக கொண்ட இணைகரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

விடை $\vec{a} = 3\vec{\imath} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}$

இணைகரத்தின் பரப்பு $= |\vec{a} \times \vec{b}|$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{\imath}\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - \vec{\jmath}\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{\imath}(0 + 1) - \vec{\jmath}(3 + 1) + \vec{k}(3 - 0)$$

$$= \vec{i}(1) - \vec{j}(4) + \vec{k}(3)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$= \sqrt{(1)^2 + (-4)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 16 + 9} = \sqrt{26}$$

$\therefore$ இணைகரத்தின் பரப்பு = $\sqrt{26}$ சதுர அலகுகள்

12. $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{0}$ **என நிரூபி.**

விடை

LHS $= \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$

$$= (\vec{a} \times \vec{a}) + (\vec{b} \times \vec{b}) + (\vec{c} \times \vec{c})$$

$$= (\vec{0}) + (\vec{0}) + (\vec{0}) = \vec{0} = \boldsymbol{RHS}$$

13. மதிப்பிடுக: $\int \boldsymbol{cos^3 7x\, dx}$

விடை

$$cos^3 A = \frac{cos3A + 3cosA}{4}$$

இங்கு $A = 7x,$ $cos^3 7x = \frac{cos3(7x) + 3cos7x}{4}$

$$cos^3 7x = \frac{cos21x + 3cos7x}{4}$$

$$\int cos^3 7x\, dx = \int \frac{cos21x + 3cos7x}{4}\, dx$$

$$= \frac{1}{4}\int (cos21x + 3cos7x)\, dx$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{sin21x}{21} + \frac{3sin7x}{7}\right] + c$$

14. மதிப்பிடுக: $\int \sqrt{\boldsymbol{1 + sin2x}}\, \boldsymbol{dx}$

விடை

$$\int \sqrt{1 + sin2x}\, dx$$

$$= \int \sqrt{(sin^2x + cos^2x + 2sinx\, cosx)}dx$$

$$= \int \sqrt{(sinx + cosx)^2}dx$$

$$= \int (sinx + cosx)dx \quad = -cosx + sinx + c$$

15. மதிப்பிடுக: $\int x^2 \sin 3x\, dx$

விடை : *April 2016* -ல் ,பக்கம் எண்:21 -ல், கணக்கு 21(b)(i) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது.

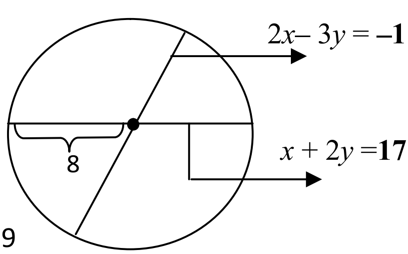
16. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \sin x)^3 \cos x\ dx$

விடை : *April 2016* -ல் ,பக்கம் எண்:22 -ல், கணக்கு 21(c) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது.

பகுதி –இ

17.(அ) $2x - 3y + 1 = 0$ மற்றும் $x + 2y - 17 = 0$ என்ற விட்டங்களின் சமன்பாடுகளையும் 8 அலகுகளை ஆரமாகவும் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

விடை



$2x - 3y + 1 = 0 \Rightarrow \mathbf{2x - 3y = -1}$

$x + 2y - 17 = 0 \Rightarrow \mathbf{x + 2y = 17}$

கிராமர் விதி,

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (2)(2) - (1)(-3) = 4 + 3 = 7$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 17 & 2 \end{vmatrix} = (-1)(2) - (17)(-3) = -2 + 51 = 49$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 17 \end{vmatrix} = (2)(17) - (1)(-1) = 34 + 1 = 35$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{49}{7} = 7\,;\; y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{35}{7} = 5$$

$\therefore$ மையம் C= $(h, k) = (7, 5)$, ஆரம் $r = 8$அலகுகள்

வட்டத்தின் சமன்பாடு $\boldsymbol{(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2}$

$$(x - \mathbf{7})^2 + (y - \mathbf{5})^2 = \mathbf{8^2}$$

$$[x^2 + 7^2 - 2(x)(7)] + [y^2 + 5^2 - 2(y)(5)] = 64$$

$$x^2 + 49 - 14x + y^2 + 25 - 10y - 64 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 14x - 10y + 74 - 64 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 14x - 10y + 10 = 0$$

இதுவே தேவையான வட்டத்தின் சமன்பாடாகும்.

17.(ஆ) $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 1 = 0$ என்ற வட்டத்திற்கு பொது மைய வட்டமாகவும் (1, 1) என்ற புள்ளி வழியாகவும் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

விடை

$$x^2 + y^2 - 6x + 10y - 1 = 0$$

பொதுமைய வட்டம் $x^2 + y^2 + 4x + 6y + \mathbf{k} = 0$ —— (1)

$(1, 1)$ என்ற புள்ளி வழிவழியாக வட்டம் (1) செல்வதால்,

$\Rightarrow$அதில் x = 1, y = 1 என(1)ல் பிரதியிடுக,

$$(1)^2 + (1)^2 - 6\,(1) + 10(1) + \mathbf{k} = 0$$

$$1 + 1 - 6 + 10 + \mathbf{k} = 0$$

$$6 + \mathbf{k} = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{k = -6}$$

$(1)\Rightarrow$ பொதுமைய வட்டம் $x^2 + y^2 - 6x + 10y - \mathbf{6} = 0$

17.(இ) $2x^2 + 7xy + 3y^2 + 13x - y - 24 = 0$ என்ற இரு படிச்சமன்பாட்டின் கூம்பு வளைவை அடையாளம் காண்க.

விடை

$$2x^2 + 7xy + 3y^2 + 13x - y - 24 = 0 \text{ —— } (1)$$

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ —— } (2)$$

சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) ஒப்பிட கிடைப்பது

$a = 2, \quad b = 3, \quad 2h = 7 \Rightarrow h = 3.5$

$h^2 - ab = (3.5)^2 - (2)(3) = 12.25 - 6 = 6.25 > \mathbf{0}$

கொடுக்கப்பட்ட கூம்பு வளைவு ஒரு **அதிபரவளையம்** ஆகும்

$$2x^2 + 7xy + 3y^2 + 13x - y - 24 = 0 \text{ —— } (1)$$

$$ax^2 + 2h\,xy + b\,y^2 + 2g\,x + 2fy + c = 0 \text{ —— } (2)$$

சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) ஒப்பிட கிடைப்பது

$a = 2$	$2h = 7$	$b = 3$	$2g = 13$	$2f = -1$	$c = -24$
$2a = 4$		$2b = 6$			$2c = -48$

$$\therefore \begin{vmatrix} \mathbf{2a} & \mathbf{2h} & \mathbf{2g} \\ \mathbf{2h} & \mathbf{2b} & \mathbf{2f} \\ \mathbf{2g} & \mathbf{2f} & \mathbf{2c} \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 7 & 13 \\ 7 & 6 & -1 \\ 13 & -1 & -48 \end{vmatrix} = 0$$

$$4\begin{vmatrix} 6 & -1 \\ -1 & -48 \end{vmatrix} - 7\begin{vmatrix} 7 & -1 \\ 13 & -48 \end{vmatrix} + 13\begin{vmatrix} 7 & 6 \\ 13 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$4(-288-1) - 7(-336+13) + 13(-7-78) = 0$$

$$4(-289) - 7(-323) + 13(-85) = 0$$

$$-1156 + 2261 - 1105 = 0$$

$$-2261 + 2261 = 0$$

$$0 = 0$$

எனவே கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு ஒரு **இரட்டை நேர்க்கோட்டை** குறிக்கிறது.

18.(அ) $3\vec{i} - \vec{j} + 6\vec{k}$, $5\vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$ மற்றும்

$6\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை நிலை வெக்டர்களாகக் கொண்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரு

செங்கோண முக்கோணத்தை உண்டாக்கும் என நிரூபி .

விடை : *October 2016* -ல் ,பக்கம் எண்:37 -ல், கணக்கு 18(a) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது.

18.(ஆ) $\vec{a}$ **என்பது ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் எனில்,**

$$(\vec{a}\bullet\vec{i})\,\vec{i}+(\vec{a}\bullet\vec{j})\,\vec{j}+(\vec{a}\bullet\vec{k})\,\vec{k}=\vec{a}$$ **என நிரூபி.**

விடை

$$\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$$

$$(\vec{a}\bullet\vec{i})=(x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k})\bullet\vec{i}$$

$$(\vec{a}\bullet\vec{i})=x\,(\vec{i}\bullet\vec{i})+y\,(\vec{j}\bullet\vec{i})+z\,(\vec{k}\bullet\vec{i})$$

$$(\vec{a}\bullet\vec{i})=x\,(1)+y\,(0)+z\,(0)$$

$$\boldsymbol{(\vec{a}\bullet\vec{i})=x}$$

$$(\vec{a}\bullet\vec{j})=(x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k})\bullet\vec{j}$$

$$(\vec{a}\bullet\vec{j})=x\,(\vec{i}\bullet\vec{j})+y\,(\vec{j}\bullet\vec{j})+z\,(\vec{k}\bullet\vec{j})$$

$$(\vec{a}\bullet\vec{j})=x\,(0)+y\,(1)+z\,(0)$$

$$\boldsymbol{(\vec{a}\bullet\vec{j})=y}$$

$(\vec{a} \bullet \vec{k}) = (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \bullet \vec{k}$

$(\vec{a} \bullet \vec{k}) = x\,(\vec{i} \bullet \vec{k}) + y\,(\vec{j} \bullet \vec{k}) + z\,(\vec{k} \bullet \vec{k})$

$(\vec{a} \bullet \vec{k}) = x\,(0) + y\,(0) + z\,(1)$

$\boldsymbol{(\vec{a} \bullet \vec{k}) = z}$

L.H.S $= (\vec{a} \bullet \vec{i})\,\vec{i} + (\vec{a} \bullet \vec{j})\,\vec{j} + (\vec{a} \bullet \vec{k})\,\vec{k}$

$= x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$

$= \vec{a}$ **= R.H.S**

18.(இ) $\boldsymbol{2\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}}$, $\boldsymbol{-\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}}$ மற்றும் $\boldsymbol{2\vec{i} + 7\vec{j}}$ **என்ற விசைகளின் செயல்பாட்டினால் ஒரு பொருள்** $\boldsymbol{4\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}}$ **என்ற புள்ளியிலிருந்து** $\boldsymbol{6\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}}$ **என்ற புள்ளிக்கு இடம் பெயர்ந்தால் விசைகள் செய்த மொத்த வேலை எவ்வளவு.**

விடை செய்யப்பட்ட வேலை $W = \boldsymbol{\vec{F} \bullet \vec{d}}$

$\boldsymbol{\vec{F} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3}$

$= (2\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}) + (-\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}) + (2\vec{i} + 7\vec{j})$

$= \boldsymbol{3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}}$

$\boldsymbol{\vec{d}} =$ முடிவுப்புள்ளி – ஆரம்பப்புள்ளி

$= (6\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}) - (4\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k})$

$= 6\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k} - 4\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$

$= 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$

செய்யப்பட்ட வேலை W = $\vec{F} \bullet \vec{d}$

$$= (3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}) \bullet (2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k})$$
$$= (3)(2) + (4)(4) + (5)(-1)$$
$$= 6 + 16 - 5 = 17$$

செய்யப்பட்ட வேலை W = 17 அலகுகள்

19.(அ) $\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ மற்றும் $2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ என்ற இரு வெக்டர்களுக்கு செங்குத்தாக உள்ள ஓரலகு வெக்டரைக் காண்க.மேலும் அவ்விரண்டு வெக்டர்களுக்கு இடையேயான கோணத்தின் மதிப்பையும் காண்க.

விடை $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(1 - 9) - \vec{j}(-1 - 6) + \vec{k}(3 + 2)$$

$$= \vec{i}(-8) - \vec{j}(-7) + \vec{k}(5)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = -8\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \ \{x = -8, y = 7, z = 5\}$$

$$= \sqrt{(-8)^2 + (7)^2 + (5)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 49 + 25}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{\mathbf{138}}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \; \{x = 1, y = -1, z = 3\}$$
$$= \sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + (3)^2}$$
$$= \sqrt{1 + 1 + 9}$$
$$|\vec{a}| = \sqrt{11}$$
$$|\vec{b}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \; \{x = 2, y = 3, z = -1\}$$
$$= \sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (-1)^2}$$
$$= \sqrt{4 + 9 + 1}$$
$$|\vec{b}| = \sqrt{\mathbf{14}}$$

∴ $\hat{n}$ என்பது $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ -க்கும் செங்குத்தாக உள்ள ஓரலகு வெக்டர் எனில் $\hat{n} = \dfrac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|} = \dfrac{-8\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k}}{\sqrt{138}}$

∴ $\vec{a}$ மற்றும் $\vec{b}$ -க்கு இடையேயான சைன் கோணம்

$$\sin\theta = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}$$
$$\sin\theta = \frac{\sqrt{138}}{\sqrt{11}\,\sqrt{14}}$$
$$\Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{138}}{\sqrt{11}\,\sqrt{14}}\right)$$

19.(ஆ) $6\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ என்ற விசை $(0, 1, -1)$ என்ற புள்ளி வழியே செலுத்தப்படுகிறது $(4, 3, -1)$ என்ற புள்ளியைப் பொறுத்து விசையின் திருப்புத்திறன் காண்க.

விடை

திருப்புத்திறன் $= \vec{r} \times \vec{F}$

செயல்படும் புள்ளி $= (0, 1, -1)$

புள்ளியைப் பொறுத்து $= (4, 3, -1)$

$\vec{F}$ (விசை)	$\vec{F} = 6\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$
$\vec{r}$ = செயல்படும் புள்ளி – புள்ளியைப் பொறுத்து $= (0, 1, -1) - (4, 3, -1)$ $= (0-4,\ 1-3,\ -1+1)$ $= (-4, -2, 0)$	

$$\vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & -2 & 0 \\ 6 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 6 & -1 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} -4 & -2 \\ 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(2-0) - \vec{j}(4-0) + \vec{k}(-4+12)$$

$$= \vec{i}(2) - \vec{j}(4) + \vec{k}(8)$$

$$\vec{r} \times \vec{F} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 8\vec{k}$$

$\therefore$ **திருப்புத்திறனின் எண்ணளவு** $= |\vec{r} \times \vec{F}|$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$= \sqrt{(2)^2 + (-4)^2 + (8)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 16 + 64}$$

$\therefore$ **திருப்புத்திறனின் எண்ணளவு** $= \sqrt{84}$ அலகுகள்

19.(இ) $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ மற்றும்

$\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$ எனில்

$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$ என்பதை சரி பார்.

விடை

LHS $= \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$

$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(10 - 6) - \vec{j}(-5 - 9) + \vec{k}(2 + 6)$$

$$= \vec{i}(4) - \vec{j}(-14) + \vec{k}(8)$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = 4\vec{i} + 14\vec{j} + 8\vec{k}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 14 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 14 & 8 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 14 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}(24 - 14) - \vec{j}(16 - 4) + \vec{k}(28 - 12)$$

$$= \vec{i}(10) - \vec{j}(12) + \vec{k}(16)$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \mathbf{10\vec{i} - 12\vec{j} + 16\vec{k}}$$

RHS $= (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$

$$(\vec{a} \cdot \vec{c}) = (2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}) \cdot (3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k})$$

$$= (2)(3) + (3)(2) + (1)(-5)$$

$= 6 + 6 - 5$

$\mathbf{= 7}$

$(\vec{a} \bullet \vec{b}) = (2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}) \bullet (\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k})$

$= (2)(1) + (3)(-2) + (1)(3)$

$= 2 - 6 + 3$

$= -1$

$(\vec{a} \bullet \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \bullet \vec{b})\vec{c} = 7(\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) - (-1)(3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k})$

$= 7(\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) + 1(3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k})$

$= 7\vec{i} - 14\vec{j} + 21\vec{k} + 3\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$

$\mathbf{= 10\vec{i} - 12\vec{j} + 16\vec{k}}$

$\therefore$ L.HS = R.H.S

20.(அ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx$ **(ii)** $\int (\tan x + \cot x)^2 dx$

விடை

(i) $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx = \int \frac{1-\cos^2 x}{1+\cos x} dx$

$$= \int \frac{(1+\cos x)(1-\cos x)}{1+\cos x} dx$$

$$= \int (1 - \cos x) dx$$

$$= x - \sin x + c$$

விடை

(ii) $\int (\tan x + \cot x)^2 dx$

$$\int (\tan x + \cot x)^2 dx = \int (\tan^2 x + 2\tan x \cot x + \cot^2 x) dx$$

$$= \int \left((sec^2x - 1) + 2tanx\,\frac{1}{tanx} + (cosec^2x - 1) \right) dx$$

$$= \int (sec^2x - 1 + 2 + cosec^2x - 1)dx$$

$$= \int (sec^2x + cosec^2x)dx$$

$$= tanx - cotx + c$$

20.(ஆ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{(x+1)dx}{x^2+2x-1}$ **(ii)** $\int \frac{sec^2x}{5+tanx}\,dx$

விடை	**(i)** $\int \frac{(x+1)dx}{x^2+2x-1}$ ----- (1)
$t = x^2 + 2x - 1$ $\frac{dt}{dx} = 2x + 2$ $\frac{dt}{2} = (x + 1)\,dx$	$(1) \Rightarrow \int \left(\frac{1}{t}\right)\frac{dt}{2} = \frac{1}{2}\int \frac{1}{t}\,dt$ $= \frac{1}{2}\log(t) + c$ $= \frac{1}{2}\log(x^2 + 2x - 1) + c$
விடை	**(ii)** $\int \frac{sec^2x}{5+tanx}\,dx$ ----- (1)
$t = 5 + tanx$ $\frac{dt}{dx} = \sec^2 x$ $dt = \sec^2 x\,dx$	$(1) \Rightarrow \int \frac{1}{t}\,dt$ $= \log(t) + c$ $= \log(5 + tanx) + c$

20.(இ) மதிப்பிடுக: (i) $\int \frac{dx}{25 - 9x^2}$ **(ii)** $\int \frac{dx}{(2x+3)^2+9}$

விடை	**(i)** $\int \frac{dx}{25-9x^2} = \int \frac{dx}{(5)^2-(3x)^2}$ ----- (1)
$t = 3x$ $\frac{dt}{dx} = 3$ $\frac{dt}{3} = dx$	$(1) \Rightarrow \int \frac{\frac{dt}{3}}{(5)^2-(t)^2} = \frac{1}{3}\int \frac{dt}{(5)^2-(t)^2}$ $= \frac{1}{3}\left\{\frac{1}{2(5)} log\left(\frac{5+t}{5-t}\right)\right\} + c$ $= \frac{1}{30} log\left(\frac{5+3x}{5-3x}\right) + c$

விடை	**(ii)** $\int \frac{dx}{(2x+3)^2+9} = \int \frac{dx}{(2x+3)^2+(3)^2}$ --- (1)
$t = 2x + 3$ $\frac{dt}{dx} = 2$ $\frac{dt}{2} = dx$	$(1) \Rightarrow \int \frac{\frac{dt}{2}}{(t)^2+(3)^2} = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{(t)^2+(3)^2}$ $= \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{3} tan^{-1}\left(\frac{t}{3}\right)\right\} + c$ $= \frac{1}{6} tan^{-1}\left(\frac{2x+3}{3}\right) + c$

21.(அ) மதிப்பிடுக: **(i)** $\int x^2 \log x\, dx$ **(ii)** $\int x \cos 2x\, dx$

(i) $\int x^2 \log x\, dx$

விடை : *April 2016* -ல் ,பக்கம் எண்:21 -ல், கணக்கு 21a (ii) -ல் நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளது.

விடை **(ii)** $\int x \cos 2x\, dx$

$$u = x \qquad \int dv = \int \cos 2x\, dx$$
$$\frac{du}{dx} = 1 \qquad v = \frac{\sin 2x}{2}$$
$$du = dx$$

$$\int \boldsymbol{u\, dv} = \boldsymbol{uv} - \int \boldsymbol{v\, du}$$

$$\int x \cos 2x\, dx = \frac{x \sin 2x}{2} - \int \frac{\sin 2x}{2}\, dx$$
$$= \frac{x \sin 2x}{2} - \frac{1}{2}\int \sin 2x\, dx$$
$$= \frac{x \sin 2x}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{-\cos 2x}{2}\right) + c$$
$$= \frac{x \sin 2x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + c$$

21.(ஆ) மதிப்பிடுக: (i): $\int x^2 e^{-3x}\, dx$ (ii) $\int x^2 \sin 6x\, dx$

விடை (i) $\int x^2 e^{-3x}\, dx$

$$u = x^2 \qquad \int dv = \int e^{-3x} dx$$
$$u' = 2x \qquad v = \frac{e^{-3x}}{-3}$$
$$u'' = 2 \qquad v_1 = \frac{e^{-3x}}{9}$$
$$v_2 = \frac{e^{-3x}}{-27}$$

$$\int \boldsymbol{u\, dv} = \boldsymbol{uv} - \boldsymbol{u' v_1} + \boldsymbol{u'' v_2} - \cdots$$

$$\int x^2 e^{-3x}\, dx = x^2\left(\frac{e^{-3x}}{-3}\right) - 2x\left(\frac{e^{-3x}}{9}\right) + 2\left(\frac{e^{-3x}}{-27}\right) + c$$
$$= -\frac{x^2 e^{-3x}}{3} - \frac{2x e^{-3x}}{9} - \frac{2e^{-3x}}{27} + c$$

விடை

(ii) $\int x^2 \sin 6x\, dx$

$$u = x^2 \qquad \int dv = \int \sin 6x\, dx$$
$$u' = 2x \qquad v = \frac{-\cos 6x}{6}$$
$$u'' = 2 \qquad v_1 = \frac{-\sin 6x}{36}$$
$$v_2 = \frac{\cos 6x}{216}$$

$$\int u\, dv = uv - u' v_1 + u'' v_2 - \cdots$$

$$\int x^2 \sin 6x\, dx = x^2\left(\frac{-\cos 6x}{6}\right) - 2x\left(\frac{-\sin 6x}{36}\right) + \frac{2\cos 6x}{216} + c$$

$$= \frac{-x^2 \cos 6x}{6} + \frac{2x \sin 6x}{36} + \frac{2\cos 6x}{216} + c$$

21.(இ) மதிப்பிடுக: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(\tan x)dx$

விடை

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(\tan x)dx \text{ - - - - -(1)}$$

$x = \frac{\pi}{2} - x$ என (1)-ல் பிரதியிட, நமக்கு கிடைப்பது

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log\left[\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]dx$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \log(\cot x)dx \text{ - - - - - (2)}$$

(1) மற்றும் (2) -யை கூட்டுக

$$\mathrm{I}+\mathrm{I}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\log(\tan x)dx+\int_0^{\frac{\pi}{2}}\log(\cot x)dx$$

$$2\mathrm{I}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\log\left(\tan x\cot x\right)dx$$

$$2\mathrm{I}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\log\left(\tan x\frac{1}{\tan x}\right)dx$$

$$2\mathrm{I}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\log 1\ dx$$

$$2I=0$$

$$I=0$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\log(\tan x)dx=0$$

Prepared by- STV Gems Publications, Chidambaram, stvgems@gmail.com, Cell: 9994507270